

SISTEMAS DE ANÁLISIS Y MÉTRICAS UTILIZADAS POR LAS TÉCNICAS BASADAS EN GRAFOS QUE MODELIZAN ESTRUCTURAS ORGANIZACIONALES

ANALYSIS SYSTEMS AND METRICS USED BY GRAPH-BASED TECHNIQUES THAT MODEL ORGANIZATIONAL STRUCTURES

Molina, Alejandro¹

Fernández Madarieta, Germán²

Castagnet, Ernesto³

Buffone, Fernando Andrés⁴

Molina, A., Fernández Madarieta, G., Castagnet, E. y Buffone, F. A. (2023). Sistemas de análisis y métricas utilizadas por las técnicas basadas en grafos que modelizan estructuras organizacionales. *Revista INNOVA, Revista argentina de Ciencia y Tecnología*, 12.

RESUMEN

Este trabajo presenta una revisión de los fundamentos utilizados en los métodos de análisis y métricas para modelos de estructuras organizacionales basados en grafos. Para ello se revisan las propiedades de los grafos sobre las que se basan las distintas técnicas que se utilizan. Definidas las propiedades, se detallan las bases de los métodos de análisis y medición; para por último describir las técnicas y métodos de análisis y medición más frecuentemente utilizados.

ABSTRACT

This paper presents a review of the fundamentals used in the analysis methods and metrics for organizational structure models based on graphs. For this, the properties of the graphs on which the different techniques used are based are reviewed. Once the

¹Facultad Regional Buenos Aires - Universidad Tecnológica Nacional, Argentina / ale_molina@frbb.utn.edu.ar

²Facultad Regional Buenos Aires - Universidad Tecnológica Nacional, Argentina / gfernandez@frbb.utn.edu.ar

³ Facultad Regional Buenos Aires - Universidad Tecnológica Nacional, Argentina/ ecastagnet@uns.edu.ar

⁴ Facultad Regional Buenos Aires - Universidad Tecnológica Nacional, Argentina/ fbuffone@frbb.utn.edu.ar

properties are defined, the bases of the analysis and measurement methods are detailed; to finally describe the techniques and methods of analysis and measurement most frequently used.

PALABRAS CLAVE

revisión, grafos, estructuras organizacionales.

KEY WORDS

review, graphs, organizational structures.

1.- Introducción

En 1930 Jacob Levy Moreno (Levy Moreno, 1930) inicia lo que sería la sociometría, que buscó indagar la evolución y organización de grupos de personas y la posición de los distintos individuos en dichos grupos, valiéndose de técnicas cuantitativas, como las matrices y los diagramas, para representar dichas relaciones. Aguirre (Aguirre, 2011) planteó como supuesto teórico que el comportamiento de los individuos se podría explicar mediante las interrelaciones y los métodos que se utilizan, esto implica relacionar grafos matemáticos con problemas sociales para graficar y medir las relaciones, así se constituyó en el principal antecedente del análisis de grafos. Este sistema de interrelaciones personales conforma patrones de organización no evidentes y solo surgen por inferencias a partir del análisis topológico de los grafos. Hay que buscar información para construir modelos que difieren de los modelos estadísticos convencionales, indagando las vinculaciones de los miembros de estos grupos.

Si bien las técnicas de recolección de datos pueden ser convencionales, la información que se busca para este estudio debe permitir realizar inferencias sobre las relaciones entre los individuos orientándose a indagar sobre las relaciones de carácter múltiple y diverso para determinar el principio o causa del comportamiento del grupo indistintamente del tipo de relación (parentesco, amistad, laboral, etcétera). El grafo obtenido representa el segundo nivel para el análisis en forma de grafos o redes organizacionales. En él se representan las relaciones entre los individuos que la investigación determinó previamente en forma matemática en una matriz de datos. Según Fernández (Fernández, 2008), esta teoría es la que proporciona el soporte para la elaboración y aplicación de estos grafos, donde se consideran estos elementos fundamentales:

- **Arcos:** Su existencia o no entre dos nodos, supone la presencia o ausencia de relación entre ellos y pueden considerarse:
 - adyacentes: poseen una relación entre ellos sin mediaciones
 - desconectados: carecen de esta relación.
- **Direccionalidad:** la línea tiene un sentido desde un individuo a otro, pudiendo ser de diversos tipos:
 - Direccional: la línea indica con una flecha el sentido de la relación (grafo direccional o dirigido), pudiendo ser:
 - * unidireccional
 - * bidireccionalidad
 - No-direccional: solo conecta dos individuos entre sí.
- **Valor:** Se puede adicionar más información cuando las relaciones son ponderadas mediante un número, pudiendo ser según este criterio:
 - Valorada: el número refleja alguna propiedad de la relación
 - No-valorada: solamente establece una relación.

Dentro de los grafos más usados, los grafos son construcciones integradoras que describen grupos de individuos y al estudiarlas se puede comprender su comportamiento a través de métricas o indicadores, para caracterizar a los individuos

que la componen y medir las relaciones que se dan entre ellos. Usando instrumentos computacionales ha cambiado la forma de lograr un mejor conocimiento y análisis de estos grafos, ya que permiten utilizar muchos datos de diferentes fuentes, para calcular métricas en forma simple, ordenada y generar grafos para lograr una mejor comprensión de las conclusiones del análisis realizado (Newman, 2010). Así mejora y se agiliza la interpretación y discusión de resultados (Kuz et al. 2016). La tabla 1 muestra las propiedades de un modelo basado en grafos que son susceptibles de ser utilizadas como base de los métodos de análisis y de obtención de métricas.

Tabla 1. Propiedades que caracterizan a un modelo basado en grafos

Existencia de Arcos	adyacentes		Establecen relaciones entre nodos
	desconectados		Nodos no vinculados
Direccionalidad de los arcos	Direccional	unidireccional	La relación es en un solo sentido
		bidireccional	La relación es en ambos sentidos
	No-direccional		La relación solo vincula nodos
Valor	Valorada		Expresa una valoración de la relación
	No-valorada		La relación no tiene valoración

Para la evaluación de estos grafos existen distintos criterios, pero siguiendo la propuesta de Madariaga y Ávila-Toscano (2012) se puede distinguir cuatro mecanismos de valoración para grafos: la definición de las propiedades generales; el método de visualización (es un recurso analítico para visualizar las dinámicas); el análisis de las características posicionales de los nodos y; la identificación de agrupaciones del grafo. Sobre la base de estas categorías podemos hacer una revisión mas profunda.

2.- Clasificación de los métodos de análisis de estructuras organizacionales mediante grafos

Tomando como punto de partida las conclusiones de Ávila-Toscano sobre la existencia de cuatro categorías metodológicas para el análisis de grafos

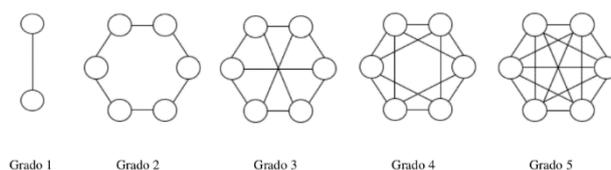
2.1.- Evaluación de Grafos centrada en las propiedades generales

Para evaluar las propiedades de un grafo se requiere tipificarla, y siguiendo los lineamientos propuestos por Madariaga y Ávila-Toscano (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012), hay cuatro modelos de grafos distinguibles en una primera aproximación: las regulares; la de mundo pequeño; las aleatorias; y las libres de escala.

2.1.1.- Grafos regulares

Se definen así a los grafos donde cada nodo tiene exactamente el mismo número de enlaces, estos grafos generalmente están muy ordenados. En este cada nodo se conecta a todos sus nodos más cercanos, por lo tanto, todos los nodos tienen igual número de arcos en todos sus vértices. Como todos los vértices tienen el mismo grado que es constante, el grafo regular puede caracterizarse por su grado como muestra la figura 1.

Figura 1. Grafos de distintos grados



Mediante la utilización de estos grafos se caracterizan enjambres, escuelas, rebaños y bandadas donde el comportamiento de cada individuo depende del comportamiento de los nodos más cercanos. No todos los grafos regulares, tienen una alta conectividad debido a que grafos de estructuras complejas requieren un trayecto muy largo para recorrer todos sus nodos.

2.1.2. Grafos de mundo pequeño

Estos grafos tienen trayectorias cortas entre nodos exteriores (algunos autores la denominan de diámetro pequeño) y un gran nivel de agrupamiento (Mejías, 2010), también puede decirse que la trayectoria entre dos nodos cualquiera es pequeña respecto del tamaño del grafo (Monsalve, 2008). Stanley Milgram (Stanley Milgram, 1963), evaluó la distancia promedio entre nodos que constituían grafos de contacto y formuló la teoría del mundo pequeño (OEA, 2013). Milgram psicólogo social de la Universidad de Harvard, señaló que en este tipo de grafos aplicados en grupo de amigos se podía llegar a establecer contacto con cualquier persona mediante unas pocas conexiones (Aguirre, 2011). Para ello realizó un experimento repartiendo una carta a personas seleccionadas al azar en las ciudades de Omaha y Wichita, tratando que fuera recibida por un corredor de Bolsa residente en Sharon (Massachusetts) y que trabajaba en Boston, pero las personas a las que enviaron las cartas no conocían al destinatario final. Los participantes solo podían enviar la carta a una persona conocida que creyeran que estaría más cerca del destinatario final, y estas a su vez deberían cumplir con el mismo requisito. Se enviaron 296 cartas, llegando solo 64 a destino con un promedio aproximado de 6 reenvíos, de modo que tomando estos datos la longitud promedio de la trayectoria entre nodos del grafo que formaban todos los habitantes de estas ciudades. Estos seis grados de separación como principio, fue popularizado por John Guare, un escritor que usó esa frase en una obra teatral de Broadway, dando origen a la idea de que las personas del mundo están más conectadas de lo que creen estarlo.

Como resultado, el estudio permitió establecer que la cantidad de conocidos de una persona crece exponencialmente a partir del número de enlaces de su red personal, y que solo se necesitaban como mínimo seis grados de separación para conectar a dos personas seleccionadas al azar (Aguirre, 2011). También se estableció por el experimento de Milgram que alrededor del 60% de las trayectorias pasaban a través de unas mismas 4 personas, lo que supondría que no todos están conectados con el resto, sino que unas pocas personas que están demasiado conectadas, siendo importantes

conectores para las otras personas se conecten entre sí. Estos conectores, crean atajos que permiten que recursos e ideas pasen a través del grupo sin necesidad de seguir trayectorias largas, lo que hace al grafo potencialmente frágil, ya que desaparición de algunos desbarataría el grafo (Tercero, 2013). La importancia de este experimento es que permitió considerar que, en una estructura de relaciones agrupada por rasgos de parentesco, laborales, profesionales, geográficos o de afinidad, se presentan relaciones que conforman grafos que se forman a partir de la concurrencia de relaciones estables identificadas como mundos pequeños. A partir de él se comenzó una gran cantidad de experimentos similares en busca de nuevas teorías.

En 1998, Duncan Watts y Steven Strogatz (1998), demostraron que estos grafos no se encuentran solamente en grupos de personas, sino también en redes de tendido eléctrico y en neuronas humanas. Solo hay que agregar pocas conexiones a los nodos unidos en forma regular a sus vecinos cercanos en un grafo, produciendo interconexiones entre los grupos, lo que aumenta la velocidad de la comunicación en él. A pesar de las críticas a este modelo Perianes-Rodríguez, Olmeda-Gómez y Moya-Anegón (2008) señalan que los grafos de mundo pequeño se han verificado y aplicado en distintas disciplinas y a grafos reales, pudiendo convertirse estas en grafos de mundo pequeño. Watts (Watts, 1999) indicó que aún existen respuestas a todas las preguntas sobre su aplicación, ya que esta teoría ofrece representaciones simples de fenómenos complejos, pero es un adelanto significativo para explicar una sociedad emergente, ya que las redes de organizaciones, redes personales, redes de conocimiento o la misma red de Internet, son poderosas imágenes que se acercan a la realidad social contemporánea, la cual interesa explicar.

2.1.3. Grafos aleatorios.

Los matemáticos Erdős y Rényi formularon esta teoría para explicar cómo se generan redes de gran escala buscando ver grafos complejos a partir de un análisis simple. Diseñaron modelos estocásticos para generar relaciones entre nodos, asignándoles un carácter al azar a cada relación (Barabási, 2003).

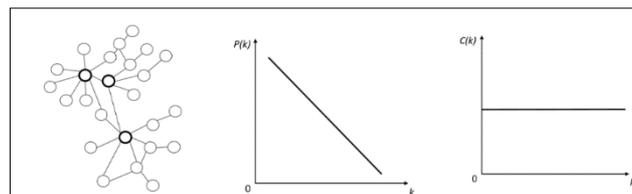
Para exista un grafo de este tipo, al menos una conexión por nodo debería responder a una distribución normal o gaussiana de relaciones, la curva que la representa tiene forma de campana, donde el máximo corresponde a la media, la mediana y las otras relaciones se asignan aleatoriamente en secuencias de asignación. A partir de esta teoría se han hecho avances significativos para patrones, estructuras y evolución de los grafos aleatorios, pero no se lograron los mismos resultados al aplicarlos grafos en el mundo real donde las relaciones no son aleatorias, sino que se deben a patrones de conectividad no evidentes, con inferencias complejas y distribuciones de las relaciones entre los nodos que no son gaussianas. Su éxito radica en la utilidad para explicar la formación de todo el grafo y el contexto en que las condiciones existentes permiten que grupos aislado de nodos y pequeños grafos se conectan uno solo (Aguirre, 2011).

2.1.4. Grafos libres de escala

Según Mejía (Mejía, 2010), en estos grafos se identifica algún nodo con grado elevado, se conecta a otro nodo que también tiene un grado de valor elevado, así los enlaces del grafo se concentran en un pequeño número de nodos. Según Perianes-Rodríguez (2008), en los grafos reales no se puede definir un patrón para determinar el grado de conexión de sus nodos, solo que este tipo de grafos implica una relevancia particular de una cantidad pequeña de nodos. Así, estos enlaces son más factible de existir en la realidad que con los grafos aleatorios, pues existen más nodos con pocos enlaces que muchos enlaces con nodos como sería el caso de un grafo aleatorio.

Para Micelis (2006), el grafo libre de escala se rige por leyes “power-law” en las cuales el máximo de su distribución no es el valor promedio e inician con un valor máximo que se continúa hacia infinito, algo que en casos reales se presenta en casos como la distribución del ingreso, fenómeno estrictamente económico, donde en un grupo de individuos aquellos que tienen riqueza se vuelven más ricos con mucha facilidad y los que tienen pobreza no pueden adquirir riqueza que probablemente se vuelvan más pobres. La figura 2 muestra un grafo de escala, su distribución y el número de enlaces nodales.

Figura 2. Grafo de escala



Torres (Torres, 2018) observa que, en los grafos libre de escala, frecuentemente un nodo crece en enlaces de forma proporcional a su tamaño, sin que haya un parámetro de escala que indique, que al llegar a un cierto número de enlaces ya no se pueden ganar más enlaces o se deben agregar más lentamente. Si bien es posible obtener un promedio de los valores a obtener, este no sirve pues estos grafos tienen elementos con diferentes relaciones, sin que haya una escala característica.

Simon (Simon, 1957) señala que las curvas correspondientes a las distribuciones por ley de potencia presentan colas largas y hay una probabilidad pequeña de hallar nodos que sean muy grandes en comparación con la media de ellos. Por lo tanto, la distribución no es normal como habitualmente sucede y una distribución por ley de potencia no es simétrica en torno a su máximo, presentando una pendiente pronunciada y concluyendo en una larga cola.

Perianes-Rodríguez (Perianes-Rodríguez et al. 2008) plantea que este modelo demuestra avances frente a los grafos aleatorios y de mundos pequeños debido a que estas últimas presentan condiciones que no se cumplen en grafos reales. Inicialmente

está el hecho que en los grafos aleatorios se parte de la idea que un gran número de los nodos se unen por azar, sin embargo, en el mundo real los grafos tienden a ser más abiertos y a crecer con el tiempo por la adición de nuevos miembros, y en segundo lugar, la idea del patrón aleatorio de relaciones implica uniformidad en las conexiones pero realmente los nodos de los grafos muestran preferencias al momento de seleccionar a los nodos con quienes interactuar. Reynoso (Reynoso, 2008) plantea para estos grafos, que, dada su distribución, las técnicas estadísticas tradicionales son inadecuadas al presuponer distribuciones gaussianas, algo que las ciencias sociales han ignorado.

Los centros de actividad (también llamados “hubs”) en grafos libres de escala permiten su estabilidad estructural y su comportamiento dinámico permite ver su evolución al aplicarse a principios organizacionales. Por ello, la autoorganización y el comportamiento emergente de los grafos deben entenderse por la distribución en leyes de potencia que permite orientar su desempeño.

Al dedicarse a los “hubs” se puede indagar más eficientemente la estructura del grafo, pues al abordar muchos y diversos nodos, se puede diseñar estrategias de muestreos basadas en la construcción de sociogramas que mapeen las relaciones de los “hubs” identificados, como por ejemplo a través de muestreo “snowball sampling” propuesto por Goodman (Goodman, 1960) que presenta los mejores resultados cuando no es posible censar a todo el grafo.

Aguirre (Aguirre, 2011), postula que la heterogeneidad está en las particularidades de cada actor sino en la posición que estos tienen dentro del grafo y cómo sus características se articulan con la lógica de conectividad existente. Así, los muestreos estadísticos convencionales no son apropiados si se busca abordar las particularidades posicionales de los nodos dentro de un grafo. También es posible que algunas investigaciones orientadas por el análisis de grafos, en las que las posiciones particulares de los nodos no sean importantes como el estudio de las transacciones o flujos en sí, los muestreos aleatorios puedan funcionar de forma eficiente, pero si el objetivo es indagar sobre la dinámica de los grafos y su efecto en la acción, opciones y preferencias de sus nodos, es preciso una mirada crítica sobre estos métodos y, en su lugar, examinar diseños de investigación novedosos que den cuenta de la distribución en leyes de potencia de las relaciones y el rol estratégico de los “hubs”.

En esta categoría se encuentran los grafos jerárquicos donde la que divide al grafo en niveles o capas con funciones específicas que permiten dividir el grafo en secciones de fácil crecimiento y mantenimiento. Se desarrolla de forma similar a la topología vertical o de árbol, pero esta no conecta nodos, sino “hubs” y es llamada también topología en estrella extendida.

Molloy y Reed (1995) concluyeron que la estructura jerárquica puede explicar y reproducir en forma cuantitativa propiedades topológicas observadas en los grafos, también el conocimiento de la estructura jerárquica se puede usar para predecir conexiones faltantes con alta precisión y para estructuras de grafos generales que las técnicas de la competencia. Finalmente, la jerarquía es un principio organizador central de los grafos

complejos, capaz de ofrecer información sobre diversos fenómenos estructurales de ellos (Clauset, Moore & Newman, 2008)

2.2.- Evaluación de grafos centrada en la visualización.

Según Rheingans y Landreth (Rheingans y Landreth, 1995) es la capacidad de generar comunicaciones visuales de cierto tipo de información con el propósito de presentar datos más fácilmente. Para ello se aplican de métodos basados en el cálculo matemático de información significativa de conjuntos complejos de datos, generando grafos o imágenes interactivas (Luján, Martig y Castro, 2008). En los últimos años hubo un avance significativo en el desarrollo de tecnologías para la visualización de información, permitiendo interactuar directamente con la información visualizada mediante interfaces dedicadas a este propósito (Medrano, Alonso & Figueroa, 2010). Esta es una técnica para explorar gráficamente las propiedades de la estructura de permitiendo también la formulación de explicaciones a las interacciones que se desarrollan en ellas (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012).

Siguiendo a Tufte (Tufte, 1997), la calidad de las visualizaciones de los grafos favorece la identificación de conocimientos de gran valor sobre dichas, generando incluso, propiedades explicativas. Brandes, Raab y Wagner (Brandes, Raab y Wagner, 2001), señalan que las visualizaciones son una herramienta que facilita la detección de propiedades esenciales de los grafos como: características de los nodos, los lazos vinculares, estructuras generales y resultados. De igual forma, se ha identificado que las visualizaciones de grafos cuentan con características explicativas especialmente de las posiciones estructurales de los nodos (Brandes, Kenis, Raab, 2005). Finalmente, esta herramienta ofrece aportes al estudio de grafos ya que posibilita al investigador la realización de filtrado de datos, identificación de patrones y poder explicar las observaciones realizadas en dichos grafos (Brandes et al. 2005).

2.3. Evaluación de grafos centrada en la posición de los nodos.

Hanneman y Riddle (Hanneman y Riddle, 2005) postularon que hay un gran valor en el cálculo de las medidas de centralidad y poder, dentro del análisis de grafos, las cuales se basan en identificar la posición de los nodos que ofrecen ciertas características especiales dentro del grafo. Los nodos con mejores posiciones tienen mayor probabilidad de ejercer poder y ser centrales, dado que tienen un mayor nivel de importancia en el grafo. En las relaciones, el poder es una propiedad fundamental y se considera como una característica inherentemente relacional en la medida que el mismo es una consecuencia de los patrones de relaciones (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012).

En los grafos que se generan con un bajo nivel de interacción se observa una baja densidad relacional lo cual conduce a niveles de poder también reducidos, lo contrario que sucede en grafos más densos. Los nodos con mayor centralidad y poder gozan de mejores posiciones y cuentan con un número menor de restricciones para la integración con otros nodos (Hanneman y Riddle, 2005). Existe una serie de métricas para entender los grafos y la posición de sus nodos que ayudan a determinar la importancia y el rol de

un nodo en el grafo. Las más usadas se dividen en métricas de centralidad y poder, y métricas de grupos (Kuz et al. 2016).

2.4.- Evaluación de grafos centrada en la identificación de subagrupaciones.

La centralización es una medida para identificar hasta donde un grafo es o no una figura centralizada, también existen medidas para identificar si un grafo está o no organizado en relación a sus puntos más centrales. Hanneman y Riddle (2005) y Madariaga y Ávila-Toscano (2012) señalan que el análisis de grafos permite conocer la forma como los nodos que integran un grafo facilitando reconocer las interacciones locales entre nodos, pero un problema que todavía persiste en el análisis de grafos es descubrir las diversas clases y subgrupos con cierta entidad para poder dividir un grafo. Lo implica que dentro de un grafo es posible identificar sub estructuras formadas por la unión de nodos cuya interacción se basa en la similitud de los lazos. Herrero (Herrero, 2000), observa que para formar y analizar subgrupos, hay que agrupar a los nodos en torno a alguna categoría significativa para los objetivos del análisis cuando se identifican las pautas de la formación de un grafo. En grafos simples, no se puede comprender la centralidad de los nodos, incluso hay diferentes interpretaciones del contexto de la centralidad (Borgatti y Everett 2006).

Algunos enfoques con los conceptos básicos de centralidad serían:

- Un primer enfoque es que la cantidad de contactos directos de un nodo es un indicador útil de centralidad. La ventaja de este enfoque es la interpretación de comunicabilidad de estos resultados es relativamente fácil.
- En un segundo enfoque, sigue la idea de que nodos con una corta distancia a otros nodos pueden compartir información de manera más efectiva y ocupan una posición central. Un ejemplo de este enfoque es la centralidad de cercanía, en la cual se considera que un actor está involucrado centralmente, si necesita de pocos intermediarios para contactar a otros y por lo tanto es estructuralmente independiente. Como consecuencia, en este cálculo se incluye la longitud de las rutas más cortas a todos los demás nodos en el grafo.
- El tercer enfoque vincula a la centralidad con el control del flujo de información que un nodo puede ejercer en función de su posición. Se supone que la comunicación e interacción entre dos nodos no directamente relacionados depende de los nodos que intervienen. Como ejemplo surge la centralidad de intermediación, basada en el cociente del número de caminos más cortos entre los nodos del grafo que incluyen el nodo y el número de caminos más cortos en el grafo.

Estos conceptos prestan poca atención a los contactos indirectos y es donde entran las llamadas medidas de influencia, que consideran que los nodos están centralmente involucrados en el grafo, si los nodos conectados directamente están en relación con un alto número de otros nodos bien conectados. Una de estas medidas corresponde a la centralidad del vector propio (Bonacich 1972). Finalmente, para el cálculo matemático de cada medida de centralidad se han desarrollado diferentes algoritmos que pueden

variar significativamente en términos de complejidad (Landherr, Friedl & Heidemann, 2010).

3.- Métricas e indicadores para el análisis de grafos.

Es importante comprender la relación entre métricas e indicadores y como utilizarlas en el análisis de grafos (Hanneman & Riddle, 2005). La métrica, en este contexto, es una medida cuantificable utilizada para medir progreso, por ello se toman datos de una fuente de información y se actualiza en forma constante, monitoreando su desenvolvimiento hasta obtener su objetivo. El indicador en cambio, es utilizado en la designación de hitos significativos de referencia para que el grafo cumpla su objetivo. Tanto métricas como indicadores deben ser próximos a los objetivos del grafo. Una descripción de métricas e indicadores, a partir de la bibliografía consultada puede hacerse tomando y definiendo métricas o indicadores, agrupándolas en nueve ámbitos:

- tamaño del grafo
- conexión del grafo
- núcleos
- análisis de subgrupo
- equivalencias de los nodos
- descomposición del grafo
- centralidad de los nodos
- centralización del grafo
- eficiencia del grafo.

Para tener más claridad frente a estos conceptos a continuación se definen de forma amplia:

3.1.- Tamaño de un grafo.

Hanneman y Riddle (Hanneman y Riddle, 2005) sostienen que es crítica la dimensión del grafo para analizar su estructura y sus relaciones debido a que siempre se dispone de recursos limitados y las escasas capacidades de actor para construir y mantener vínculos. Cuando un grupo crece, las proporciones de los vínculos disminuirán su densidad y probablemente surjan subgrupos o fracciones con bastantes diferencias. Según Torres (Torres, 2018), las principales propiedades estructurales son la cantidad de nodos y de relaciones, enlaces o vínculos.

3.1.1.- Número de nodos.

Es la suma de todos los nodos, representados por los nodos del grafo, que están conectados o son parte del grafo. Este valor recibe el nombre de orden del grafo N y da la primera noción de su estructura, Para un grafo con nodos n_i , donde $i = 1, 2, \dots, N$ se obtiene de:

$$N = \sum_{i=1}^N n_i$$

3.1.2.- Número de enlaces.

Se denomina A al número de aristas a de las relaciones k entre los nodos n_i y n_j , con $i = 1, 2, \dots, N$, los nodos de origen y $j = 1, 2, \dots, N$ los nodos de destino. Para casos reales estos números son grandes por ello se requiere utilizar técnicas computacionales. La arista es la línea existente entre un par de nodos no ordenado y da cuenta de un enlace, relación o vínculo entre nodos del grafo. Para grafos dirigidos el sentido de la relación es específica y recibe el nombre de arco. Polanco (Polanco, 2006) señala que las aristas y los arcos se diferencian en es que estos son pares ordenados de nodos y este orden refleja la dirección del enlace. Siguiendo a Torres (Torres, 2018), los arcos o aristas indican que las correspondientes entidades están conectadas, enlazadas, interactúan o están relacionadas entre sí y el número total se puede calcular a partir de la matriz adyacente. Se obtiene:

Para un grafo no dirigido con auto enlaces:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} + \sum_{i=1}^N a_{ii}$$

Para un grafo no dirigido sin auto enlaces (izquierda), para un grafo dirigido (derecha):

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad A = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}$$

Un grafo G no dirigido es un par de conjuntos $G = (V, E)$ donde: $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, es el conjunto de nodos, y $A = \{(v_i, v_j), \dots\}$ es un conjunto de pares de vértices no ordenados de V. Se define a una ruta de un nodo a otro nodo a una secuencia de nodos $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$, donde no hay nodos repetidos.

La matriz adyacente es una de las formas más comunes de representar un grafo y facilita su manipulación matemática. La matriz adyacente de un grafo $G = (N, A)$ de orden $|V| = N$ es una matriz $A = (a_{ij})$ con $1 \leq i, j \leq n$. La cual se trata de una matriz numérica de ceros y unos.

3.2. Conexión del grafo.

Freeman (Freeman, 1978) describe los distintos tipos de interconexión entre nodos de un grafo, los cuales pueden conocerse mediante las siguientes métricas:

3.2.1. Accesibilidad.

Mide en que forma los nodos, directa o indirectamente, se conectan o relacionan con todos los otros nodos del grafo. Los nodos no conectados se los llama aislados (Kuz et al.2016). Cuando algún nodo no vincularse con otros, existe una potencial división del grafo, también indicaría que se está en presencia de un grafo inconexo, o que está compuesto de más de un subgrupo (Hanneman y Riddle, 005).

La figura 3 muestra dos grafos, en el de la izquierda, se tiene un grafo inconexo con pocos enlaces entre los nodos, si a estos se agregan enlaces se puede obtener un grafo conexo integrado como se muestra en el grafo de la derecha.

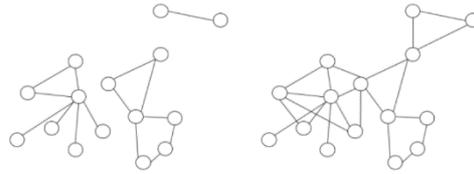


Figura 3. Grafos inconexos y conexos integrados

La accesibilidad como medida, es el número de veces que es necesario atravesar un arco para llegar a un nodo dado, se expresa como la distancia d ó el número de arcos que es necesario recorrer para llegar al nodo más distante por el camino más corto. Bautista (Bautista, 2018) señala que, si la distancia es baja, la accesibilidad aumenta. Para su cálculo:

$$Acc = \sum d_{ij}$$

3.2.2. Cohesión.

Bautista (Bautista, 2018) señala que la cohesión permite establecer una relación, vínculo o enlace entre dos nodos, que indican el alcance de un nodo respecto a otro, mediante el número de conexiones posibles. Esto representa la existencia de un conjunto de conexiones entre dos nodos, con los cuales es posible hallar una ruta desde un nodo origen hasta uno destino, sin considerar cuántos nodos puedan estar entre ellos. Si los arcos están dirigidos, es posible que pueda llegar al nodo de destino, pero el nodo de destino no pueda llegar al nodo origen. Si los arcos son recíprocos, cada par de nodos son accesibles si están conectados entre sí (Hanneman y Riddle 2005).

Una forma alternativa de ver la cohesión en un grafo dirigido, es mediante la conectividad de vértice de un gráfico, que permite saber la conectividad mínima de todos los pares de nodo ordenados. O sea, es el número mínimo de arcos que se tienen que eliminar para que el grafo no esté fuertemente conectado, dado que, si el grafo no está fuertemente conectado, la cohesión es cero.

Madrid y Ortiz (Madrid y Ortiz, 2005) señala que esta medida describe también el grado de cohesión que presenta un grafo mediante el número de arcos dividido el número de nodos, si su valor es 0 el grafo es nulo, si su valor es 1 el grafo tiene un solo circuito, y si su valor se encuentra entre 1 y 3 es un grafo complejo, porque a mayor número de arcos, mayor es la cohesión. Se calcula como: (ecuación 1).

La cohesión del grafo, se puede obtener también dividiendo el número de arcos por el máximo posible de arcos multiplicado por el número de nodos del grafo, cuanto más se aproxime este valor a 1, más conectado estará el grafo, se calcula como: (ecuación 2).

También puede obtenerse la cohesión del grafo calculando el valor porcentual de arcos que debe introducirse en cada nodo para obtener un grafo integrado. Se calcula como: (ecuación 3).

$$Coh_1 = \frac{A}{N} \quad (1) \qquad Coh_2 = \frac{2}{N(n-1)} \quad (2) \qquad Coh_3 = \frac{a}{3(n-2)} 100 \quad (3)$$

Si el resultado se aproxima al 100%, se acercaría al caso ideal, lo cual los alejaría de los casos reales.

3.2.3. Distancia.

Es la conexión directa entre dos o más nodos de un grafo, medida en términos de nodos intermedios. Existen distintos tipos de métricas aplicables.

3.2.3.1 Distancia entre dos nodos

Madariaga y Ávila-Toscano (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012) sostienen que el concepto de distancia en los grafos no depende del espacio que lo contiene, sino de la distancia que une a dos nodos, si existe algún camino o si no existe, en cuyo caso la distancia es infinita. Para su cálculo se suma el número de vínculos o enlaces que existen en el camino entre los nodos. En grafos dirigidos puede diferenciarse dos distancias, que no tienen que ser iguales:

- la distancia que separa a un nodo de origen i de un nodo de destino j
- la distancia d que separa a un nodo de destino a un nodo de origen.

Si los nodos son adyacentes la distancia entre ellos es 1. Los distintos nodos están a diferentes distancias unos de otros, esto es importante para entender las diferencias entre ellos para señalar limitaciones y oportunidades que tienen como resultado de su posición. También es interesante saber de cuantas formas posibles pueden conectarse dos nodos con una distancia dada, puesto que un nodo origen puede llegar al nodo de destino con distintas trayectorias. En ciertas ocasiones las conexiones múltiples indican un vínculo fuerte entre nodos una sola conexión. Si las distancias son grandes, una información circulando en el grafo puede tardar mucho en difundirse, incluso algunos nodos pueden no ser alcanzados. Si los arcos representan funciones de costo puede ocurrir que sean accesibles, pero el costo sea demasiado alto. La variabilidad de las distancias puede constituir la base de una diferenciación e incluso de una estratificación del grafo. En relaciones de dependencia los nodos próximos tienen una mayor capacidad de ejercer poder que aquellos que están más distantes (Hanneman y Riddle 2005).

La distancia d_{is} o longitud que une dos nodos está dada por la distancia d entre dos nodos n_i y n_j (con i origen y j destino) definida como el número de arcos de la trayectoria más corta que los conecta, y se obtiene como: $N d_{is} = \sum_{i=1}^{j \neq i} d(i, j)$

3.2.3.2 Distancia geodésica

Se mide el número de arcos de la trayectoria más corta posible desde un nodo a otro, tanto sea un grafo dirigido o no, es ampliamente utilizada. Cuando se modela relaciones entre individuos las distintas trayectorias pueden representar oportunidades y

limitaciones. Por eso, de los distintos caminos geodésicos, el más corto es el óptimo o más eficiente. Hanneman y Riddle (Hanneman y Riddle 2005) señalan que diversos algoritmos usados para el análisis de grafos asumen que los nodos usan los caminos geodésicos cuando existen varias alternativas.

Así se define la distancia $dis G$ o trayectoria de mínima longitud geodésica, a la distancia d más corta entre los nodos n_i y n_j en un grafo, medida por el número de arcos de la trayectoria que llega de un nodo al otro, se puede expresar como: $dis G = \min d(n_i, n_j)$

3.2.3.3. Distancia promedio o ruta media más corta

Es la trayectoria promedio $dis P$ de las distancias más pequeñas entre dos nodos cualesquiera del grafo, siempre que exista una trayectoria que conecte cualesquiera dos nodos del grafo, se la llama también longitud media o la separación típica entre pares de nodos n_i y n_j . Se se expresa como:

$$\sum_{j=1}^{NN} \sum_{i=1, i \neq j}^{NN} d(n_i, n_j) * N * (N - 1)$$

3.2.4. Diámetro.

Se define como la distancia geodésica $dis D$ más larga que existe en un grafo conectado, o como la distancia máxima entre cualquier par de nodos n_i y n_j del grafo. Esto explica que tan grande es el grafo así medido (cuántos arcos se recorren para ir de un nodo a otro). Se puede expresar como: $dia D = \max d(n_i, n_j)$

De allí que siempre se cumple $dis G \leq dis D$. El diámetro $dia D$, también es una medida útil para establecer el límite superior de las longitudes de las trayectorias que se analicen. El diámetro del grafo, es una de las medidas de robustez, junto con el coeficiente de agrupamiento y la distribución de grado. No debe confundirse el diámetro entre dos nodos del diámetro de un grafo, definido como la mayor longitud de entre todas las trayectorias más cortas posibles entre dos pares de nodos.

3.2.5. Densidad.

Es el número de arcos existentes entre todos los posibles, expresado como porcentaje. Se calcula dividiendo el número de arcos R que por todos los arcos que podrían existir en el grafo y multiplicándolo por 100. Puede calcularse para cada nodo y para todo el grafo, sin el auxilio de algún software específico.

Hanneman y Riddle (Hanneman y Riddle, 2005) señalan que la densidad valora la fuerza de los vínculos del grafo y su utilidad radica en que permite conocer la velocidad con que se difunde información entre los nodos de un grafo que modeliza una organización, además puede usarse para conocer el capital social y el nivel de coacción o presión entre los individuos. El máximo número de arcos que puede tener un nodo de los N de un grafo es: $R_{max} = N - 1$

En un grafo con arcos bidireccionales, hay un máximo de relaciones posibles RP y para un dado número de arcos existentes Re , RP se obtiene multiplicando el número total de nodos del grafo N (el número total de nodos) por $N-1$. Se expresa como: $RP = N(N-1)$

La densidad del grafo es: $Den = Re.100 / (N.(N - 1))$

Si un grafo es de tamaño 9, el total de relaciones posibles es 72, si existen 14 arcos la densidad sería 19%.

Para arcos con flujos unidireccionales, RP será de: $RP = N(N-1)/2$

Para mismo grafo de tamaño 9, el total de arcos sería 36, con los 14 arcos la densidad será 39 %. El número de posibles relaciones lógicas crece exponencialmente a medida que el número de nodos aumenta linealmente.

Arriagada (Arriagada et al.2004) señala que en modelos de organizaciones modelizadas con grafos que estén más conectados y con gran integración, se tendrían más posibilidades de difundir conocimiento e información que modelos con un alto grado de unipolaridad y fuerte centralización, donde el dominio de un pequeño conjunto de nodos bloquearía la circulación de la información. Por otra parte, cuando desarrollan vínculos fuertes entran en riesgo de perder las ventajas de los lazos débiles, que permiten un mayor flujo de información, aunque se convertiría en redundante si los vínculos son siempre entre los mismos modos.

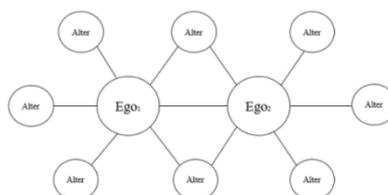
3.3. Núcleos del grafo.

El concepto de núcleo fue introducido por Seidman en 1983 y establece que un vértice perteneciente a un centro y está unido al menos a otros vértices (Batagelj y Mrvar, 2004).

3.3.1. Grafo del Ego.

Es un grafo que se forma a partir de un nodo focal individual denominado Ego a partir del cual se construye el grafo como muestra la figura 4, los nodos con los cuales el nodo ego está directamente conectados se los llamas Alters (Herrero, 2000).

Figura 4. Grafo del Ego



El nodo Ego y todos con los que está conectado se denominan Vecindad. En análisis de grafos, los límites del grafo del Ego se definen en términos de vecindarios y barrios, y solo abarcan un paso, o sea, solo el Ego y los Alters adyacentes (Hanneman y Riddle,

2005). La modelización que arroja un grafo egocéntrico, permite conocer el grado de fortaleza del líder en el entorno modelizado, esta fortaleza está dada por la suma de Alters alrededor del nodo Ego. Este grafo, permite estudiar cómo las relaciones de estos individuos establecen distintas influencias en sus Alters, aquí la fortaleza de las relaciones (arcos) puede ser nominal (arco en un solo sentido) o binaria (arco en ambos sentidos); puede tener signo (según el valor asignado al arco); puede ser ordinal (identificación del arco más fuerte); o con valor (asignando la intensidad de la relación con un valor numérico); y según este valor, pueden ser débiles o fuertes.

3.3.2. Lazos fuertes.

Granovetter (Granovetter, 1973) señala que las organizaciones cuyos modelos de grafos responden a este tipo, tienen relaciones se caracterizan por ser cercanas, solidarias, especializadas y muy utilizadas, por ello no necesitan una administración muy sólida para tener un buen funcionamiento. La principal desventaja es que son reactivas a las innovaciones, pues los nodos presentan modos similares de pensamiento. Se representa a los lazos fuertes de un nodo, por la suma de todas las relaciones especializadas próximas de los nodos del grafo.

3.3.3. Lazos débiles.

Estos grafos representan organizaciones que ponen de manifiesto relaciones lejanas, superficiales y que no se utilizan frecuentemente, por ello necesitan una buena administración para que funcionen sin problemas. Inversamente a lo que ocurre con los lazos fuertes, se fomenta la innovación, ya que la unión de diferentes modos de pensamiento, con vínculos débiles tienden a actuar en forma igual al pasar el tiempo. Los lazos débiles de un nodo se representan mediante la suma de todas las relaciones superficiales de un nodo con todo el resto del grafo, y para identificarlos se sumatoria de todos los arcos lejanos al nodo.

3.3.4. Vecinos cercanos.

Según Herrero (Herrero, 2000), esta clasificación se realiza según tenga nodos más cerca en un grupo u otro. Es decir, se calcula la distancia del elemento uno de los existentes y se ordena dichas distancias de menor a mayor para ir seleccionando el grupo al que pertenece. El grupo de vecinos cercanos será, por lo tanto, el de mayor frecuencia con menores distancias.

Altman (Altman, 1992), señala que el uso de algoritmos básicos de clasificación es poco aplicable para casos reales, pues las relaciones no son paramétricas, y los algoritmos no hacen suposiciones sobre la distribución subyacentes de datos. Sin embargo, aplicar algoritmos es esencial para el reconocimiento de patrones, búsqueda semántica y detección de anomalías. Hay dos decisiones importantes que deben tomarse antes de hacer la clasificación, una es el valor de las relaciones k que se utilizará, esto puede decidirse arbitrariamente, o se puede intentar una validación cruzada para encontrar un valor óptimo según lo que ya habían expresado Cover y Hart (Cover y Hart, 1967). Como alternativa Tsypin y Röder (Tsypin y Röder, 2007) proponen usa la distancia euclidiana como evaluador, y que es, esencialmente la magnitud del vector obtenido al restar el punto de datos de entrenamiento del punto a clasificar. Se expresa como:

$$E(n_i, n_j) = \sqrt{\sum_{i=0}^d \sum_{j=0}^d (n_i - n_j)^2}$$

Este método estima el valor de la función de densidad de probabilidad o directamente la probabilidad a posteriori de que un nodo pertenezca a una clase a partir de la información proporcionada por un conjunto de prototipos. Esta métrica es usada como método de clasificación de nodos basado en un entrenamiento mediante ejemplos cercanos en el espacio de los nodos.

3.3.5. Jugadores periféricos.

Los nodos periféricos o nodos con baja centralidad, modelizan individuos considerados de baja importancia. Aunque estos se pueden volver relevantes si se conectan con grafos que no están actualmente mapeadas, convirtiéndose en recursos importantes para obtener información actualizada no disponible dentro de la organización.

Freeman (Freeman, 1978) sostiene que una métrica útil para identificar a los nodos periféricos en un grafo es la centralidad del nodo que cuantifica la importancia estructural de los individuos del grafo de acuerdo a sus relaciones. Sin embargo, también son relevantes los trabajos sobre la identificación de grupos y jugadores periféricos de Seidman (Seidman, 1983) y el de Borgatti y Everett (Borgatti y Everett, 1999), con los que se permiten distinguir entre nodos:

- localmente periféricos
- globalmente periféricos

En relación a las aplicaciones de estas medidas estructurales, se puede mencionar la aplicación sobre el capital social realizado por Coleman (Coleman, 1990), Burt (Burt, 1992). Borgatti, Jones y Everett (Borgatti, Jones y Everett, 1998) también buscaron identificar individuos (nodos) relevantes que pueden ser nodos periféricos. Aquí la perspectiva se invierte, pues la pregunta acerca de qué características de un grafo contribuye al nodo, cambia a que nodos son importantes para el grafo.

3.4. Subgrupos del grafo.

Un subgrupo es un subconjunto de los nodos de un grafo y todos los arcos que enlazan estos nodos. Cualquier grupo de nodos puede formar un subgrupo. Dentro de este análisis es relevante conocer los siguientes conceptos (Madariaga, Ávila-Toscano, 2012):

3.4.1. Camarilla.

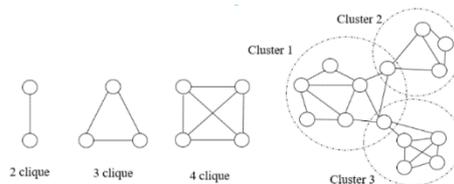
Hawe (Hawe et al. 2004) la define como el conjunto de nodos donde todos ellos están conectados entre así y se vincula con el resto de nodo del grafo por lo menos por uno de ellos, así modeliza relaciones organizacionales conformadas por más de dos individuos donde todos que se vinculan entre sí, conformando un subgrafo máximo conectado. Según Mejía (Mejía, 2010) pueden ser considerado como un grafo completo completando lo señalado por Herrero (Herrero, 2000) sobre que esta categoría constituye un subgrupo cohesivo completamente conectado (todos los nodos están interconectados).

Las camarillas forman un subgrupo que puede dividirse del grafo, pues su constitución está dada por un conjunto de nodos que están mutuamente vinculados. Para modelizar este tipo de relaciones primero hay que identificar las relaciones de todos con todos, para poder definir las sub agrupaciones (Madariaga, Ávila-Toscano, 2012).

3.4.2. Clan, racimo o Clúster.

Es una forma flexible para identificar subgrupos utilizando la información relacional del grafo mediante un análisis por pasos que integra subgrupos de nodos de acuerdo al nivel de similitud de los mismos y no requiere que los nodos, pertenezcan a la misma camarilla, como se ve en la figura 5. El análisis se basa en la similitud y equivalencia de relaciones entre nodos, lo que va formando clústeres diferentes, que se van agregando a otros clústeres hasta integrar a todos los nodos del grafo.

Figura 5. Distintos cliques y Grafo con clústeres



Son muy útiles dado que facilitan la detección de secuencias de agrupamiento en donde es posible observar la manera cómo los diferentes nodos se unen a subagrupaciones en la medida que comparten características que los vinculan (Ávila-Toscano, Gutiérrez y Pérez, 2011). Un ejemplo puede verse en la figura 6 que muestra diferentes tipos de clúster, en este caso de figuras geométricas. En el primer agrupamiento se aprecia una partición de figuras, en la segunda un agrupamiento anidado o *clustering* jerárquico y en la tercera se representa un agrupamiento no anidado u *overlapping clustering* (Leenen, 2015).

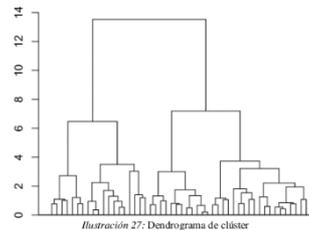
Figura 6. Distintos Grafos y clústeres



Girvan y Newman (Girvan y Newman, 2002) proponen como forma de representar gráficamente estos clústeres a un dendrograma, que se muestra en la figura 7. Este es un tipo de representación gráfica o diagrama de datos en forma de árbol que los organiza en subcategorías que se van dividiendo en otros hasta llegar al nivel de detalle

deseado. Con esta representación se puede apreciar las relaciones de agrupación entre nodos e incluso entre grupos de ellos, pero no expone las relaciones de similitud o cercanía entre categorías. Estas subdivisiones surgen de la aplicación de un algoritmo de *clustering* jerárquico.

Figura 7. Dendrograma

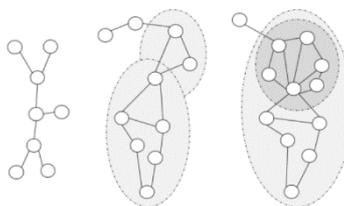


Boden (Boden, Haag & Seidl, 2013) señala que el análisis de clúster consiste en encontrar grupos dentro de un grafo según sus relaciones respondiendo a un algoritmo que permite conocer los diferentes grupos a los que pertenece un nodo. La idea de pensar a los grafos como conjunto de clústeres desafía a los modelos aleatorios y propone indagar en patrones de conectividad y de agrupamiento.

3.4.3. Componentes.

Es una parte del grafo donde todos los nodos están conectados, directa o indirectamente, al menos con una relación. Se puede considerar también como el máximo subgrupo posible en cual se cumple que cada par de nodos se conecta por un camino posible. En la figura 8 se ve en la primera imagen a un grafo con tres componentes desconectados, la segunda a un grafo con dos componentes y en la última un grafo de tres componentes (White, Schnegg y Brudner, 1999).

Figura 8. Distintos tipos de conexiones



3.4.4. Círculos o anillos.

Herrero (Herrero, 2000) la define como una cadena simple, cuyos dos vértices extremos, inicial y terminal coinciden, sin tener en cuenta sus orientaciones, en un ciclo elemental donde no se repite ningún vértice, salvo el primero que coincide con el último. La cohesión de un círculo no radica en el nivel de contacto de sus nodos sino en la existencia

de cadenas de vínculos que los ligan unos con otros. La medida con que se caracteriza es el número de diferentes círculos formados por las aristas que forman el grafo.

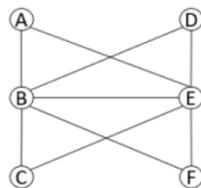
3.5. Equivalencias de los nodos.

El método de análisis se basa en los lugares que ocupan los nodos o subgrupos de nodos dentro del grafo, se ha estudiado desarrollando el concepto de que existen diferentes tipos de equivalencias. Los modelos obtenidos agrupan nodos que son equivalentes o similares, permitiendo conocer los roles estructurales y las posiciones que los nodos presentan dentro del grafo. Así, este modelo es modo de describir la estructura de las relaciones (Burt, 1987). En esta categoría pueden identificarse las siguientes modalidades de análisis:

3.5.1. Equivalencia estructural.

Los nodos estructuralmente equivalentes son sustituibles entre sí, si ocupan la misma posición en la estructura del grafo y están próximos ya que tienen el mismo patrón de relaciones con los nodos de otras posiciones. En síntesis, dos nodos son estructuralmente equivalentes si tienen relaciones idénticas con todos los demás nodos del grafo (Park, 2006). En la figura 9 se muestra que los nodos A y B son estructuralmente equivalentes porque A y B tienen el mismo patrón de vínculos con los otros nodos (nodos C, D, E y F), por lo que A y B son sustituibles entre sí.

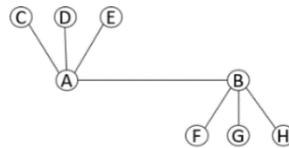
Figura 9. Nodos estructuralmente equivalentes



3.5.2. Equivalencia regular.

Herrero (Herrero, 2000) señala que la equivalencia regular ocurre cuando dos nodos estructuralmente equivalentes se relacionan con otros que también son equivalentes entre sí. O sea, cuando un grupo de nodos tienen a otro grupo de nodos similares a distancias similares en sus vecindarios. Se diferencian de la equivalencia estructural, pues los nodos son regularmente equivalentes si tienen vínculos similares con algún nodo de otros conjuntos. La figura 10 muestra que los nodos A y B son regularmente equivalentes, pero no estructuralmente equivalentes porque los nodos tienen el mismo patrón de vínculos con diferentes nodos, A está conectado con C, D, E y B está conectado con F, G y H. Los nodos A y B no son sustituibles entre sí porque tienen relaciones con diferentes grupos de nodos (Park, 2006).

Figura 10. Nodos regularmente equivalentes pero no estructuralmente equivalentes

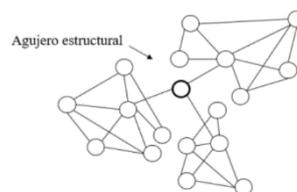


Burt (Burt, 1992) establece que la equivalencia estructural y regular son diferentes en términos de redundancia de información. La equivalencia regular es estratégicamente mejor que la equivalencia estructural porque los nodos regularmente equivalentes tienen fuentes de información no redundantes, mientras que los nodos estructuralmente equivalentes tienen las mismas fuentes de información. En el ejemplo anterior, los nodos A y B muestran cuatro fuentes de información redundantes mientras mantienen cinco relaciones, comparten seis fuentes diferentes de información, mientras que cada una de ellas mantiene cuatro relaciones. Park (Park, 2006) señala que la diferencia entre equivalencia estructural y regular puede explicarse por la sustituibilidad entre nodos equivalentes estructurales y la redundancia de información en nodos equivalentes estructurales.

3.5.3. Agujeros estructurales.

El método consiste en encontrar espacios del grafo conectadas entre nodos. La figura 11 sugiere que podrían ser usados para obtener ventajas y nuevas oportunidades.

Figura 11. Agujero estructural

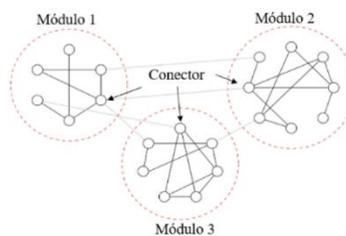


Un agujero estructural también aparece cuando no hay redundancia en la comunicación entre varios nodos, y como los nodos centrales que unen los diferentes elementos del grafo, estos concentran la capacidad de comunicar a otros nodos actuando como enlaces. La modelización de estructuras organizacionales sugiere que estos individuos (nodos) tratan que haya oportunidades para la mayor parte de los miembros de la organización para recibir información de los otros. Álvarez (Álvarez, 2019) postula que los nodos centrales también son los que definen la relación puente existente entre diferentes grupos que participan de flujos de información diferentes. Los grafos que muestren un alto número de agujeros o huecos estructurales pueden proporcionar información más variada, menos redundante, que aquellos con menos agujeros estructurales.

3.6. Descomposición del grafo.

Según Newman (Newman, 2006), es la separación de un grafo en grupos o comunidades que lo forman, y consiste en dividir grandes grafos en otros más pequeños para aplicar métodos de análisis más sofisticados. Existen nodos que se sitúan de forma natural en grupos o comunidades, los arcos dentro de las zonas son numerosos mientras que existe solo un pequeño grupo de arcos entre los diferentes grupos. Así en el grafo de la figura 12 se detectan tres comunidades diferenciadas, en donde se supone que los nodos de cada una de ella tienen alguna característica o atributo en común. Un módulo incluye un subgrupo de nodos del grafo que muestra un nivel relativamente alto de conectividad dentro del módulo y un nivel relativamente bajo de conectividad inter modales.

Figura 12. Módulos con distintas conectividades



3.6.1. Estructura de las comunidades.

Siguiendo a Herrero (Herrero, 2000) quien los llama subgrupos cohesivos, estas estructuras incluyen a un subconjunto de nodos del grafo que muestran un nivel relativamente alto de conectividad dentro del módulo, y un nivel relativamente bajo de la conectividad intermodales. También mide el nivel de descomposición del grafo en grupos o comunidades modulares. Una alta modularidad indica una sofisticada estructura interna, basándose en la idea de que los nodos contenidos dentro de una misma comunidad comparten atributos, características o relaciones fundamentales. Se entendiendo aquí, como comunidad, a aquel subgrupo en el que los vértices deben estar más relacionados entre sí que con el resto de los vértices del grafo.

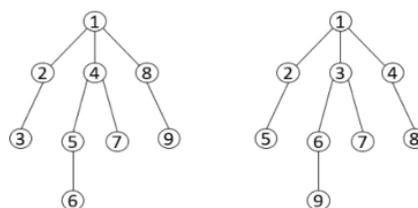
El análisis se centra en comparar enlaces internos de una comunidad frente a los enlaces que conectan la comunidad con el resto del grafo y buscar medir la fuerza de la división del grafo en módulos. Los grafos con alta modularidad tienen conexiones densas entre los nodos dentro de los módulos, pero escasas conexiones entre los nodos en diferentes módulos. En el análisis se utilizan métodos de optimización para la detección de estructuras y se ha demostrado que estas sufren de un límite de resolución y son incapaces de detectar pequeñas comunidades, como ocurre al modelizar estructuras biológicas. Dentro de la teoría de grafos se tiene diferentes métodos para el análisis y detección de comunidades, los que se pueden agrupar en dos tipos métodos:

3.6.1.1. Métodos jerárquicos

Csardi y Nepusz (Csardi y Nepusz, 2006) propusieron buscar las divisiones naturales en el grafo, basándose en una estructura jerárquica. Existen varios algoritmos que se aplican a este tipo de método, sin embargo, en el software existente que se usa para la investigación se propone una aproximación jerárquica creciente, con lo cual se optimiza la función de calidad. Se la llama “*fastgreedy*” o modularidad codiciosa. Con este enfoque se detecta comunidades de abajo hacia arriba en lugar de arriba hacia abajo, pues inicialmente cada nodo pertenece a una comunidad separada y posteriormente las comunidades se unen de un modo iterativo haciendo que cada unión sea un óptimo local, o sea, que cada comunidad da el mayor valor posible al valor actual de modularidad.

Este método es rápido y se aplica como una primera aproximación debido a que no tiene que ajustar parámetros, pero tiene un límite de resolución debido a que las comunidades por debajo de un umbral dado, se fusionarán con las comunidades vecinas. El algoritmo se detiene cuando ya no es posible aumentar la modularidad, proporcionando una agrupación máxima y un dendograma, cuya forma de árbol permite apreciar las derivaciones de agrupación entre los nodos e incluso entre grupos de ellos, aunque no en las relaciones de similitud o cercanía entre categorías. Se puede observar las sucesivas subdivisiones en la figura 13 que muestra las agrupaciones que surgen por la aplicación de un algoritmo de *clustering* jerárquico. La primera figura representa un primer recorrido amplio o nivel ordenamiento transversal y en la segunda el recorrido es de mayor profundidad en los primeros recorridos desde la raíz, y luego de izquierda a derecha.

Figura 13. Distintas agrupaciones obtenidas por clústering

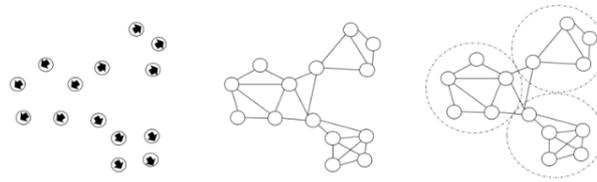


3.6.1.2. Métodos modulares

En estos paquetes de software se propone el método de “spinglass” o vidrio giratorio, donde cada arco puede estar en uno de los estadios de giro, se especifica qué pares de arcos preferirían permanecer en el mismo estado de giro y cuáles prefieren tener diferentes estados de giro. El método es particularmente rápido y no es determinista pero tiene un parámetro de resolución ajustable que determina los tamaños del clúster. Una variante del método también puede tener en cuenta los enlaces negativos. En la figura 14 se muestra el ordenamiento de las comunidades, correspondiente a un patrón

de incorporación mediante la orientación del nodo, lo cual enfoca la búsqueda hacia regiones específicas del grafo.

Figura 14. Distintos ordenamientos en comunidades



3.6.2. Centros estructurales.

Herrero (Herrero, 2000) llamó así al nodo sobre el cual convergen el conjunto de nodos de la organización del grafo, por ello esa denominación, generalmente corresponden a nodos de alto grado que se conectan principalmente a los nodos en el mismo módulo.

3.6.3. Centro absoluto.

Madariaga y Ávila-Toscano (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012) señalaron que es posible que la centralización sea aún más extendida y que el grafo se organice de acuerdo a un solo punto y no a un conjunto de ellos, en este caso se lo denomina el centro será absoluto como lo muestra la figura ya mencionada. En un modelo de una organización estas medidas permiten identificar las limitaciones y oportunidades de los individuos modelizados.

3.6.4. "Hub" conector.

Según Herrero (Herrero, 2000), son nodos de alto grado que muestran un perfil de conectividad diversa mediante la conexión a varios módulos diferentes dentro del grafo. Para Barabási (Barabási, 2003) lo que interesa, es cómo se construyen en su relación dinámica con los demás nodos y determinan procesos de auto organización y crecimiento del grafo. Se encuentran en numerosos y diversos sistemas complejos, desde la economía hasta biología celular. Los hubs", al estar altamente interconectados, se constituyen en los nexos mediante los cuales un grafo disminuye drásticamente la distancia geodésica entre sus nodos, y es a través de ellos que la mayoría de los nodos se pueden conectar unos con otros. También muestran las debilidades del grafo, ya que si son removidos el grafo colapsa o aumenta en mucho su distancia geodésica. Con lo que se demuestra que, al modelizar organizaciones, a pesar de las apariencias, en todos los modelos en que se presentan "hubs", hay una completa ausencia de democracia, equidad e igualdad.

Lo importante del grafo obtenido de la modelización, no es tanto su tamaño, sino también su conectividad, puesto que, si se estructuran en torno a clústeres, solo a través del vínculo con un "hub" que dinamice la conectividad entre diversos clústeres, puede formarse un gran grafo, dicho de otro modo, los "hubs" juegan un rol central en la transición de fase.

Para entender el desempeño de los “hubs”, Aguirre (Aguirre, 2011) señala que los estudios empíricos sobre los grafos de todo tipo ya sea biológicos, sociales, etcétera, presentan “hubs” en su topología. Como dominan la estructura de todos los grafos en los que están presentes, haciéndolos funcionar finalmente como mundos pequeños. Por lo que identificar y entender el rol de los “hubs” en los grafos permitirá descubrir su lógica de funcionamiento e identificar los nodos que dinamización las relaciones, transacciones y difusión de información.

3.6.5. “Hubs” que trascienden límites.

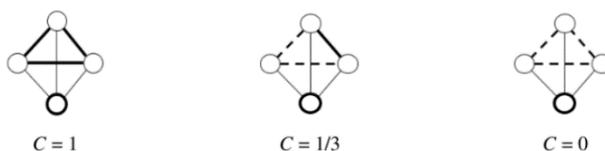
Según Herrero (Herrero, 2000) son aquellos nodos que pueden llegar a conectar su módulo o grupo a otros que terminan teniendo altas métricas en el grafo. En modelos organizacionales estos nodos están posicionados para ser innovadores, dado que ellos acceden a ideas e información de otros clústeres. También pueden estar en una posición estratégica para combinar diferentes ideas y conocimientos en nuevos productos y servicios.

3.6.6. Coeficiente de agrupamiento.

Watts y Strogatz (Watts y Strogatz, 1998) señalan que este coeficiente es una medida que cuantifica el grado en el que los nodos del grafo tienden a agruparse o a interconectarse entre ellos. Estos grafos se caracterizan por una densidad relativamente alta de enlaces. Se los utiliza para determinar qué tan integrado está un grupo, el que se obtiene dividiendo el número real de vínculos entre los nodos y el número máximo potencial de vínculos entre esa misma cantidad de nodos. Según Aguirre (Aguirre, 2011), esto permite probar hasta qué punto se mueve en grupos relativamente cerrados.

En términos generales, el coeficiente de agrupación se calcula como la proporción de las conexiones entre sus vecinos que en realidad se realizan, en comparación con el número de todas las conexiones posibles. Un ejemplo típico se aprecia en la figura 15 donde en la primera imagen presenta un nodo remarcado con tres vecinos, que pueden tener un máximo de tres conexiones entre ellos, las tres conexiones posibles, dan un coeficiente uno. En la siguiente imagen se realiza solo una conexión, con dos sin conectar, dando un coeficiente de un tercio. Por último, en la última imagen ninguna de las posibles conexiones entre vecinos del nodo remarcado se realiza, por lo que el valor del coeficiente es 0.

Figura 15. Distintos coeficientes de agrupamiento



Desde la mirada de un grafo G con N nodos, el coeficiente de agrupamiento también muestra la presencia de un alto número de triángulos sobre los tripletes del nodo. La figura 16 muestra a la izquierda una triada o triplete, que es un conjunto de tres nodos y dos aristas, conformada por los nodos A, B y C, donde A está conectado con B y C, y a la derecha presenta un triángulo que corresponde a un conjunto de tres nodos conectados a un arco de distancia entre ellos, y que se compone de las siguientes tres triadas o tripletes, BCA, ACB y CBA.

Figura 16. Triada o triplete abierto y cerrado



El coeficiente se subdivide entre agrupamiento global y el local, el primero para dar una indicación general de la agrupación en el grafo, el segundo una indicación de la incrustación de los nodos de forma individual. Formalmente el coeficiente de agrupamiento global Coe_{glo} se define como: (ecuación 4).

Donde el factor tres compensa que cada triángulo contribuye con tres tripletes conectados (uno centrado sobre cada uno de los tres nodos) y asegura que $0 \leq T \leq 1$. Cuando $T = 1$ se tiene el clique K_n . Esta medida también representa la probabilidad de encontrar triángulos en el grafo. Para el caso particular de un nodo del grafo, el cociente indica en qué medida los vecinos de un nodo son vecinos entre sí, para lo cual se calcula el coeficiente de agrupamiento local Coe_{loc} , y está dado por: (ecuación 5).

Donde E_i son los pares de vecinos o los arcos entre los vecinos de i y K_i el grado del nodo i , es decir, la proporción de arcos presentes con respecto a todos los posibles arcos, por lo que también representa una medida de densidad local. La fórmula anterior entrega información del *clustering* local por nodo, para obtener el coeficiente de agrupamiento del grafo se puede calcular el promedio (ecuación 6).

$$Coe_{glo} = \frac{3 \times \text{Número de triángulos de G}}{\text{Número de tripletes del nodo}} \quad (4) \qquad Coe_{loc} = \frac{E_i}{E_i(E_i - 1)/2} \quad (5) \qquad Coe_{red} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N Coe_{loc} \quad (6)$$

Wasserman y Galaskiewicz (1994) señalan que esta medida da una indicación de la agrupación en el conjunto del grafo y se puede aplicar tanto a grafos no dirigidos como dirigidos.

3.7. Centralidad de los nodos.

Es una las ideas que surgieron de los primeros estudios y respecto a su medición existen diversas propuestas para caracterizar las posiciones estructurales de los nodos en los grafos. La centralidad puede calcularse con diferentes medidas, que dan lugar a diferentes conceptos de centralidad. Para Freeman (Freeman, 1978) una es la de centralidad de grado y corresponde al número de nodos a los cuales un nodo está directamente unido, o las medidas en términos de la cercanía de cada punto respecto a los demás; así mismo, sobresale la medida basada en la idea de intermediación, que determina en qué orden un nodo hace de intermediario entre otros nodos por estar situado en el camino entre ellos.

Polanco (Polanco, 2006) señala que la centralidad es el número de lazos, uniones, enlaces o vínculos directos de un nodo en el grafo, la intermediación significa que un nodo se encuentra entre otros dos nodos en el grafo, la cercanía es la distancia entre un nodo y resto del grafo. Estas son tres propiedades estructurales características de los miembros de un grafo. La elección de un atributo estructural particular y su medida asociada depende de lo que busca analizar el grafo, si se trata de evaluar la capacidad de comunicación de que un nodo, se impone la medida basada en el grado, si lo que interesa es el control de la comunicación, la medida apropiada es la intermediación y si se trata de la independencia de un nodo, esto conduce a la elección de la medida basada en la cercanía o proximidad.

Según Van den Heuvel y Sporns (Van den Heuvel y Sporns, 2013), previo a describir medidas de centralidad, se debe recordar los atributos básicos de un grafo. La figura 24 representa un grafo que puede ser descripto y analizado, y que comprende a un conjunto de nodos y una colección de enlaces que describen las conexiones estructurales o relaciones funcionales. La disposición de los nodos y los enlaces define la organización topológica del grafo, en el cual los nodos de bajo grado son nodos que tienen un número relativamente bajo de los enlaces, y los nodos de alto grado son nodos que tienen un número relativamente alto de enlaces.

3.7.1 Grado de centralidad

Herrero (2000) señala que es una de las medidas más extendidas y simple, ya un punto es central si esta adecuadamente conectado los nodos de su entorno. Según Madariaga y Ávila-Toscano (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012), la centralidad se asocia a la centralidad relativa de los puntos de un grafo, y se define como el número de enlaces que posee, es decir, el número de relaciones que tiene el nodo con otros nodos, por lo que representa la actividad o “popularidad” que se tiene al interior del Grafo.

Hanneman y Riddle (2005) definen la centralidad de grado como el nodo relacionado con aquellos otros que tienen más vínculos con otros nodos. En un modelo de una organización, estos nodos pueden ser más privilegiados que otros debido a que tienen más lazos de interacción y diversas formas de satisfacer las necesidades que demandan, por lo tanto, son menos dependientes de otros. Debido a las numerosas relaciones estos individuos pueden tener acceso a los recursos disponibles, donde a menudo son intermediarios y negociadores de los intercambios. En un grafo no dirigido se define el grado de un nodo i como el número total de aristas incidentes en dicho nodo y se denota

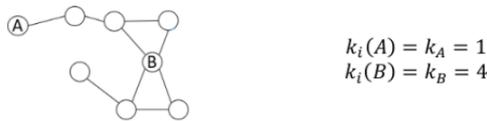
por k_i . En un grafo dirigido se distingue entre el grado entrante de un nodo calculado como el número total de nodos que apuntan a dicho nodo, representado por k_{-in} y el grado saliente, representado por el número total de nodos a los que apunta el nodo i y se denota por k_{-out} . En el caso de grafos no valorados el grado de un nodo se puede calcular directamente a partir de la matriz de adyacencia, la cual es una matriz cuadrada que se utiliza como una forma de representar las relaciones binarias.

Para un grafo no dirigido se tiene:

$$Cen_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} = \sum_{j=1}^N A_{ji}$$

En un grafo simple no dirigido $k_i \in [0; N - 1]$, siendo N el número de nodos de la componente conexa. Mejía (Mejía, 2010) por su parte, argumenta que si bien en un grafo el grado es el número de nodos a los cuales un nodo está directamente unido como muestra la figura 17, el grado de un nodo puede ser dividido en grado de entrada y de salida, dependiendo de la dirección del flujo.

Figura 17. Grado de centralidad



3.7.2. Grado de centralidad de entrada.

Es el total de arcos (o relaciones) referidas por los demás nodos, hacia un determinado nodo, también definido como grado de entrada de un vértice, de acuerdo al número de líneas que poseen a ese como nodo terminal como muestra la figura 18.

Figura 18. Grado de centralidad de entrada



Matemáticamente se expresa como:

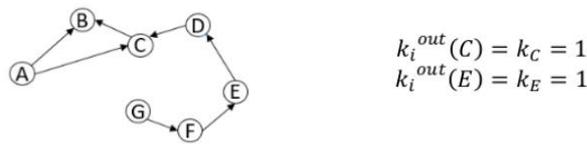
$$Cen_i^{in} = \sum_{j=1}^N A_{ij}$$

En un grafo simple dirigido $k_{-in\ i} \in [0; N - 1]$, siendo N el número de nodos de la componente conexa.

3.7.3. Grado de centralidad de salida

Abarca los arcos referenciados por un determinado nodo con los demás nodos del grafo, es la suma de relaciones que los nodos tienen con el resto y definido como el grado de salida de un vértice es el número de líneas que lo poseen como nodo inicial, como se muestra en la figura 19.

Figura 19. Grado de centralidad de salida



Matemáticamente se expresa como:

$$Cen_i^{out} = \sum_{j=1}^N A_{ji}$$

En un grafo simple dirigido $k_{-out\ i} \in [0; N - 1]$, siendo N el número de nodos de la componente conexa.

3.7.4. Grado de centralidad de cercanía o proximidad

El concepto de distancia se refiere a encontrar el camino más corto de conexiones de cualquier nodo. Si se divide uno por el camino más corto promedio de un nodo a todos los demás nodos del grafo, entonces se ha calculado su centralidad de cercanía. De esta forma, un nodo con un vínculo directo con todos los demás, termina con un puntaje de cercanía de uno, y no depende de ninguno para llegar a todos los otros. Por otra parte, los nodos que se conectan con la mayoría a través de muchos intermediarios obtienen puntajes de cercanía cada vez más cercanos a cero.

Según Freeman (Freeman, 1979), la cercanía $Cer(n_i)$ de un nodo i al grafo G es el promedio de la separación, definida como el inverso de la distancia entre ellos, de i a cada uno de los nodos del grafo. De acuerdo a Mejía (Mejía, 2010), esta medida, se calcula contando todas las distancias geodésicas de un nodo para llegar a los demás y determina el nivel de proximidad o distancia que tiene un nodo con los demás del grafo, siendo el grado de cercanía el que mide la capacidad de un nodo de llegar a todo los restantes.

Herrero (Herrero, 2000) sostiene, que los nodos con una alta cercanía a la centralidad, los que a pesar de tener pocas conexiones, sus arcos permiten llegar a todos los puntos del grafo más rápidamente que desde cualquier otro punto. Por lo que representan una excelente posición para monitorear el flujo de información de todo el grafo y tienden a ser influyentes e importantes dentro de su comunidad. En modelos sociales estos nodos son figuras públicas, que son respetados localmente y ocupan caminos cortos para la difusión de información dentro de su comunidad, y al igual que con el grado de centralidad, la cercanía también puede ser de entrada y salida.

3.7.5. Grado de centralidad de cercanía de entrada.

Según Madariaga y Ávila-Toscano (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012), esta medida permite identificar, a través de las entradas, el nivel de proximidad o distancia que tiene un nodo con los demás nodos del grafo, además representa la percepción que tienen los nodos internos del grafo de los procesos y la tendencia a agruparse (condiciones gregarias) que se presentan, es decir, que tanta relación hay entre los nodos del grafo.

3.7.6. Grado de centralidad de cercanía de salida.

Siguiendo a Madariaga y Ávila-Toscano, esta es la medida que permite identificar a través de las salidas el nivel de proximidad o distancia que tiene un nodo con los demás nodos del grafo, además representan y hace referencia a las percepciones que tienen los nodos dentro de él, acerca de las relaciones sostenidas con los demás nodos, en síntesis, define que tan cercano percibe a los demás nodos cada nodo del grafo.

3.7.7. Grado de centralidad de lejanía.

Mide la incapacidad de un nodo de acceder al resto de nodos del grafo, que viene a ser lo opuesto al grado de centralidad de cercanía. Para calcularlo se suma en primer lugar todos los geodésicos que unen un nodo con el resto, lo que expresa el número de pasos necesarios para alcanzar a los restantes nodos (Madariaga y Ávila-Toscano, 2012). Este cálculo, solo suele realizarse en casos muy puntuales, puesto que las medidas que prevalecen son la de cercanía.

3.7.8. Grado de centralidad de intermediación.

Se obtiene al contar las veces en que un nodo aparece en los caminos que conectan todos los pares de nodos del grafo, también se los llama nodos puentes, para lo cual considera todos los posibles caminos o rutas más cortas entre todos los pares posibles. Cabe remarcar que para que un nodo tenga grado de intermediación en un grafo, por lo menos debe tener un grado de entrada y de salida, por lo tanto, para calcular la centralidad de la intermediación, se comienza por encontrar todos los caminos geodésicos entre dos nodos en el grafo y luego cuenta el número de estas rutas más cortas que atraviesan cada nodo. El resultado de este cálculo permite encontrar a los nodos que son conductos necesarios para la información que debe atravesar partes dispares del grafo. Por lo general, estos son nodos diferentes de aquellos con una mayor cercanía., puesto que los nodos de alta interdependencia generalmente no tienen un camino promedio más corto para todos los demás, pero tienen la mayor cantidad de caminos más cortos que deben pasar por ellos.

En una modelización de una organización se suele encontrar nodos de alta interdependencia en las intersecciones de las comunidades de grafos más densamente conectados, como se muestra en la figura 28, que actúa como puentes entre los clústeres del grafo. Estos nodos están bien posicionados para realizar funciones de conexiones en estos clústers en el sentido de que conectan nodos que de otro modo estarían desconectadas y que aún pueden beneficiarse de un intercambio de Información.

De acuerdo a Hanneman y Riddle (Hanneman y Riddle, 2005), la ubicación de los nodos en relación a que tanto un punto actúa de intermediario con otro en el grafo, se desprende dos tipos de centralidad de intermediación:

- La basada en la frecuencia en la que un nodo aparece en camino entre dos nodos, es decir, las veces en que se presenta entre un nodo con trayectoria mínima.
- La basada en la importancia que tiene una arista con respecto a una trayectoria mínima, es decir, las veces en que un enlace se presenta en medio de una trayectoria mínima.

Según Hawe (Hawe et al., 2004), se trata de una medida que facilita las posibilidades de control pues identifica cómo un nodo que tiene alto contenido de intermediario regula el flujo de los contenidos y recursos que se conectan entre uno y otro nodo. Madariaga y Ávila-Toscano (2012) señalan que existen grafos que por su tendencia al cierre y la facilidad de los contactos entre nodos no cuenta con indicador de intermediación, en este caso todos los nodos tienen posibilidades de acceder a todos los contactos lo que hace que la medida de intermediación sea igual a cero, en la que además no se identifican subgrupos.

Un nodo con alta intermediación tiene una gran influencia en los desplazamientos de otros nodos a través del grafo, asumiendo que cada nodo se desplaza siguiendo los caminos más cortos. Freeman (1978) señala que un nodo con un alto grado de intermediación, suele llamarse intermediador *broker*, puesto que si se quita del grafo este se divide en componentes. En modelos organizacionales los intermediarios a menudo son fundamentales para la colaboración entre departamentos y para mantener la difusión dentro de la organización, debido a su ubicación entre las comunidades del grafo, ya que son agentes naturales de información y colaboración (Herrero, 2000).

3.7.9. Grado de centralidad del auto-vector.

Martinez y Sanabria (2008) proponen, que otra forma de pensar la centralidad, es mediante los auto-vectores, estos vectores son un segmento de línea que con dirección y sentido que representan una magnitud física definida en un sistema de referencia que se caracteriza por tener longitud, dirección y orientación. Aunque, en general, la imagen de un vector bajo una transformación de un espacio vectorial en sí mismo no es un vector paralelo al vector inicial, existen vectores especiales para los cuales la acción de la transformación es sencilla, ya que el vector y su imagen tienen la misma dirección, estos vectores especiales se denominan auto-vectores y permiten un análisis sencillo de

la transformación puesto que, en la dirección de ellos, la transformación solo encoge o dilata los vectores.

García y Domínguez (2012) definen a los auto-vectores como los vectores no nulos que, cuando son transformados por un operador, dan lugar a un múltiplo escalar λ de sí mismos, con lo que no cambian su dirección. Un auto-espacio está asociado al valor propio λ es el conjunto de auto-vectores con un auto-valor común.

El valor de la centralidad de los auto-vectores corresponde al valor que se obtiene para los nodos si se comienza construyendo las conexiones por pares entre todos los nodos de un grafo asignando un uno para conectado, y cero para no conectado. Luego se asigna un solo número a cada nodo mientras se intenta mantener las distancias entre estos nuevos valores iguales a las distancias observadas en la matriz de conexiones. Esto no puede expresarse en un único valor numérico por nodo, pero se puede representar un conjunto de conexiones o distancias asignando tantos vectores, como cadenas de números exista para cada nodo.

Gaete y Vásquez (Gaete y Vásquez, 2008) señalan que en la medida en que un nodo relevante está conectado con otro modo relevante, se puede determinar cuán bien conectado está este nodo con las partes del grafo. Los nodos con valores altos en sus auto-vectores tienen un mayor número de conexiones, y a la vez sus conexiones también presentan un mayor número de conexiones, y así sucesivamente.

En modelos organizacionales, los nodos con alta centralidad de auto-vectores son líderes y a menudo son figuras destacadas con alto nivel de conexiones con otros nodos de alto perfil y a menudo desempeñan papeles de líderes de opinión y forman la opinión pública.

Ruhnau (2000) señala que esta medida de influencia, asigna valores relativos a todos los nodos del grafo basándose en el concepto de que las conexiones a los nodos de alta puntuación contribuyen más a la puntuación del nodo. Sin embargo, los nodos con altos valores no necesariamente desempeñan las funciones de alta cercanía, ni tienen la mayor influencia local, incluso pueden tener un potencial de intermediación limitado, y a veces pueden estar aislados de nodos periféricos.

3.8. Centralización del grafo.

Freeman (Freeman, 1978) propone utilizar el término centralidad aplicado a todo el grafo, donde un grafo puede ser centralizado o descentralizado. Esta es una medida de posición en el grafo y determina la importancia e influencia de un nodo a nivel de todo el grafo y la relación entre todos los nodos, lo cual también puede revelar importante información sobre su estructura global. En grafos con alta centralización estos son dominados por uno o pocos nodos, ahora si esos nodos son removidos, el grafo se fragmentará en subgrupos desconectados. Por otro lado, un grafo con baja centralidad no tiene un único punto de falla por lo que son más resistentes. Se considera que una centralización de grado fuerte, es una indicación de comunicación activa entre todos los

nodos, mientras que una centralización de fuerte proximidad o intermediación traduce el hecho que un número pequeño de nodos controla esta comunicación.

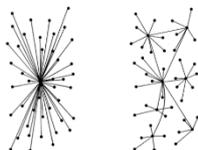
Al igual que con la centralidad, existen tres medidas de la centralización y cada una corresponde a una de las propiedades utilizadas para definir la centralidad de los nodos del grafo: grado de centralización, grado de centralidad de cercanía y el grado de centralización de intermediación.

3.8.1. Grado de centralización

Es una condición especial en la que un nodo ejerce un papel claramente central al estar conectado con todos los nodos del grafo, los cuales necesitan pasar por este para conectarse con otros. En la figura 22 se observan las tres topologías según los grafos en los que Paul Baran (Paul Baran, 1964) presentaba la estructura que debía tener ArpaNet, hoy Internet, que abrió la posibilidad de un mundo comunicado y organizado en redes sociales distribuidas.

Ugarte (Ugarte, 2007) señala que para el estudio hay diferentes tipos de centralización. El caso estrella presenta una centralización o un índice de centralización del 100%, mientras que la poligonal muestra una centralización de 0%. Este índice aplica al total del grafo.

Figura 22. Estructura prevista de ArpaNet modelizada con Grafos



Dentro del análisis de centralización, existen los grados de centralización de entrada y de salida, y el uso de uno o del otro dependerá de la necesidad de resultados específicos que se requiera del análisis del grafo:

- Grado de centralización de entrada. Es la medida que permite identificar a un nodo a través de las entradas.
- Grado de centralización de salida. Es la medida que permite identificar a un nodo a través de las salidas.

3.8.2 Grado de centralización de cercanía.

Mide el nivel general de cercanía en un grafo.

3.8.3. Grado de centralización de intermediación.

Mide el nivel general de intermediación en un grafo.

3.9. Eficiencia del grafo.

La gran complejidad que pueden tener los grafos, que presentan un diseño particular según zonas y condicionantes específicos de los sectores a modelizar, generan cada vez más dificultades para su gestión y uso eficiente. La eficiencia es una medida que se emplea para desplazarse por el grafo, asumiendo un recorrido mínimo y constante, y se calcula como la suma de los inversos de las distancias entre todos los pares de nodos, normalizado por el número total de pares que se pueden formar, esto se calcula como:

$$Efic_G = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{(i,j)} \frac{1}{d(i,j)}$$

Bautista (Bautista, 2018) señala que como medida de la calidad de un grafo, ha sido utilizada en el estudio de las redes neuronales, las de comunicación y transporte. Una vez establecido estos valores de accesibilidad del grafo, también es posible determinar las distancias ideales d_i y distancias reales d_r , las cuales constituyen otra alternativa para conocer la eficiencia del grafo.

3.10. Resumen de métricas e indicadores

Tabla 2. Métricas e indicadores para el análisis de grafos.

Tamaño de un grafo.	Número de nodos.	
	Número de enlaces.	
Conexión del grafo.	Accesibilidad.	Nodos Inconexos Conexo Integrado
	Cohesión.	
	Distancia.	Distancia entre dos nodos Distancia geodésica Distancia promedio o ruta media más corta
	Diámetro.	
	Densidad	
	Núcleos del grafo.	Grafo del Ego.
Lazos fuertes.		
Lazos débiles.		
Vecinos cercanos.		
Jugadores periféricos.		localmente periféricos globalmente periféricos
Subgrupos del grafo.	Cam arilla.	
	Clan, racimo o Clúster.	
	Componentes.	
Equivalencias de los nodos.	Equivalencia estructural.	
	Equivalencia regular. Agujeros estructurales.	
Descomposición del grafo.	Estructura de las comunidades.	Métodos jerárquicos Métodos modulares
	Centros estructurales.	
	Centro absoluto.	
	Hubs conector.	
	Hubs que trascienden límites.	
	Coeficiente de agrupamiento.	
	Centralidad de los nodos.	Grado de centralidad
De salida		
De cercanía		
De cercanía de entrada.		
De cercanía de salida.		
Grado de intermediación.		Grado de centralidad de lejanía.
		Según la frecuencia de aparición de un nodo Según la importancia de una arista respecto a una trayectoria mínima
Grado de centralidad del auto-vector.		
Centralización del grafo.	Grado de centralización	centralización de entrada centralización de salida
	Grado de centralización de cercanía.	
	Grado de centralización de intermediación.	
Eficiencia del grafo.		

4. Conclusiones

La importancia que tienen las métricas es que permiten efectuar las mediciones para cuantificar la estructura y los patrones de las relaciones entre los nodos. Siendo primordial conocer las relaciones entre los individuos que son modelizados por un grafo como así también la estructura de las relaciones. Además, es posible visualizar estas relaciones y revelar los roles de los individuos, ya que como ya se visto, existe un número extenso de métricas para estudiar distintas propiedades del grafo que modeliza a una organización.

Referencias bibliográficas

Abello, R., Amar-Amar, J., Madariaga, C., y Hernando, J. (2012). Análisis de Redes sociales en el contexto comunitario. En Ávila-Toscano, J. (Coord.), *Redes sociales y análisis de redes: Aplicaciones en el contexto comunitario y virtual* (pp. 133-167). Barranquilla, Colombia: Corporación Universitaria Reformada.

Abello, R., y Madariaga, C. (1999). Las redes sociales ¿Para Qué? *Psicología desde el Caribe*, 2-3, 116-135.

Abernethy, M., & Vagnoni, E. (2004). Power, organization design and managerial behaviour. *Accounting, Organizations and Society*, 29(3-4), 207-225.

Adamic, L., Lukose, R., Puniyani, A., & Huberman, B. (2001). Search in power-law networks. *Physical Review E*, 64(4), subdivision 2, 046135.

Agranoff, R., & McGuire, M. (2001). Big questions in public network management research. *Journal of Public Administration Research and Theory*, 11(3), 295-326.

Aguirre, J. (2011). Introducción al análisis de redes sociales. Centro Interdisciplinario para el Estudio de Políticas Públicas, Argentina. Documentos de trabajo, número 82.

Akhtar, N. (2014). Social Network Analysis Tools. In proceedings of the 2014 Fourth International Conference on Communication Systems and Network Technologies: CSNT. Bhopal, India, 7-9 April 2014, pp. 388-392.

Allen, T., & Henn, G. (2004). The organization and architecture of innovation: Managing the flow of technology. Burlington, USA: Butterworth-Heinemann.

Altman, N. (1992). An introduction to kernel and nearest-neighbor nonparametric regression. *The American Statistician*, 46(3), 175-185.

Álvarez, H. (2019). Taller de análisis de redes sociales. American Psychological Association (2010) en Manual de Publicaciones de la American Psychological Association (sexta edición). México DF,

Ávila-Toscano, J. (Coord.). (2012). Redes sociales y análisis de redes: aplicaciones en el contexto comunitario y virtual. Barranquilla, Colombia: Corporación Universitaria Reformada.

Ávila-Toscano, J., & Madariaga, C. (2010). Redes personales y dimensiones de apoyo en individuos desmovilizados del conflicto armado. *Psicología desde el Caribe*, n 25, 179-201.

Ávila-Toscano, J., Gutiérrez, B., y Pérez, J. (2011). Indicadores estructurales y conglomerados de actores en la red social de una subcultura urbana. *Revista colombiana de psicología*, n 20(2), 193-207.

Ávila-Toscano, J., y Madariaga, C. (2012a). Las redes en el contexto comunitario. Redes, apoyo y desarrollo comunitario: en el papel del soporte social. En Ávila-Toscano, J. (Coord.), *Redes sociales y análisis de redes: Aplicaciones en el contexto comunitario y virtual* (pp. 48-66). Barranquilla, Colombia: Corporación Universitaria Reformada.

Ávila-Toscano, J., y Madariaga, C. (2012b). Redes sociales: un ejercicio caracterológico. En Ávila-Toscano, J. (Coord.), *Redes sociales y análisis de redes: aplicaciones en el contexto comunitario y virtual* (pp. 14-47). Barranquilla, Colombia: Corporación Universitaria Reformada.

Baiman, S., & Rajan, M. (2002). Incentive issues in inter-firm relationships. *Accounting, Organizations and Society*, 27(3), 213-238.

Barabási, A. (2003). *Linked*. USA: Editorial Penguin Group.

Barnes, J. (1954). Class and committees in a Norwegian island parish. *Human Relations*, 7, 39-58.

Batagelj, V., & Mrvar, A. (2004). Pajek- Analysis and visualization of large networks. In Jünger M., & Mutzel P. (Eds.), *Graph Drawing Software. Mathematics and Visualization* (pp. 77-103). Heidelberg, Berlín: Springer.

Berardo, R., & Scholz, J. (2010). Self-organizing policy networks: Risk, partner selection, and cooperation in estuaries. *American Journal of Political Science*, 54(3), 632-649.

Berry, A. (1994). Spanning traditional boundaries: Organization and control of embedded operations. *Leadership & Organization Development Journal*, 15(7), 4-10.

Birnberg, J. (1998). Control in interfirm co-operative relationships. *Journal of Management Studies*, 35, 421-428.

Bisbe, J., & Otley, D. (2004). The effects of the interactive use of management control systems on product innovation. *Accounting, Organizations and Society*, 29, 709-737.

Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., & Hwanga, D. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4-5), 175-308.

Boden, B., Haag, R., & Seidl, T. (2013). Detecting and exploring clusters in attributed graphs: a plugin for the Gephi Platform. In proceedings of the 22nd ACM International Conference on Information & Knowledge Management: CIKM, n 13, 2505-2508.

Boissevain, J. (1979). Network analysis: A reappraisal. *Current Anthropology*, 20(2), 392-394.

Boland Jr., R.J., Sharma, A.K., & Alfonso, P.S. (2008). Designing management control in hybrid organizations: The role of path creation and morphogenesis. *Accounting, Organizations and Society*, 33(7-8), 899-914.

Bonacich, P. (1972). Factoring and weighing approaches to status scores and clique identification. *The Journal of Mathematical Sociology*, 2(1), 113-120.

Borgatti, M., Jones, C., & Everett, M. (1998). Network measures of social capital. *Connections*, 21(2), 27-36.

Borgatti, S. (2006). Identifying sets of key players in a social network. *Comput Math Organ Theory*, 12, 21-34.

Borgatti, S., & Cross, R. (2003). A relational view of information seeking and learning in social networks. *Management Science*, 49(4), 432-445.

Borgatti, S., & Everett, M. (1999). Models of core/periphery structures. *Social Networks*, 21, 375-395.

Borgatti, S., & Everett, M. (2006). A graph-theoretic perspective on centrality. *Social Networks*, 28(4), 466-484.

Borgatti, S., & Foster, P. (2003). The network paradigm in organizational research: a review and typology. *Journal of Management*, 29(6), 991-1013.

Borgatti, S., Mehra, A., Brass, D., & Labianca, G. (2009). Network analysis in the social sciences. *Science*, 323(5916), 892-895.

Brand, E., Gómez, H. (2006). Análisis de redes sociales como metodología de investigación: Elementos básicos y aplicación. *La sociología en sus escenarios*, n 13, 1-28.

Brandes, U., Kenis, P., y Raab, J. (2005). La explicación a través de la visualización de redes. *Revista Hispana para el Análisis de Redes Sociales*, n 9(6), 1-19.

Brandes, U., Raab, J., & Wagner, D. (2001). Exploratory network visualization: Simultaneous display of actor status and connections. *Journal of Social Structure*, 2(4), 1-28.

Burt, R. (1987). Social Contagion and Innovation. Cohesion versus Structural Equivalence. *The American Journal of Sociology*, 92(6), 1287-1335.

Burt, R. (1992). *Structural holes. The social structure of competition*. Cambridge, USA: Harvard University Press.

Burt, R. (1980). Models of network structure. *Annual Review of Sociology*, 6, 79-141.

Burt, R. (2000). The network structure of social capital. *Research in Organizational Behavior Colección. Research in Organizational Behavior*, 22, 345-423.

Busco, C., Giovanni, E., & Scapens, R. (2008). Managing the tensions in integrating global organisations: The role of performance management systems. *Management Accounting Research*, 19, 103-125.

Butts, C. (2008). Social network analysis with sna. *Journal of Statistical Software*, 24(6), 1-51.

Caglio, A., & Ditillo, A. (2008). A review and discussion of management control in interfirm relationships: Achievements and future directions. *Accounting, Organizations and Society*, 33(7-8), 865-898.

Castells, M. (1997). *La era de la información. Economía, sociedad y cultura. La sociedad red*, n 1, 2 y 3, Madrid, España: Alianza Editorial.

Castells, M. (2011). A network theory of power. *International journal of communication*, 5, 773-787.

Castro, L., Dong, X., & Shaikh, N. (2018). Efficient simulation and analysis of mid-sized networks. *Computers and Industrial Engineering*, 119, 273-288.

Chadi, M. (2000). *Redes sociales en el trabajo social*. Buenos Aires: Espacio editorial.

Chambers, D., Wilson, P., Thompson, C., & Harden, M. (2012). Social network analysis in healthcare settings: Asystematic scoping review. *Journal PLoS ONE*, 7(8), 1-10.

Chenhall, R. (2003). Management control systems design within its organizational context: Findings from contingency-based research and directions for the future. *Accounting, Organizations and Society*, 28, 127-168.

Christley, R., Pinchbeck, G., Bowers, R., Clancy, D., French, N., Bennett, R., & Turner, J. (2005). Infection in social networks: Using network analysis to identify high-risk individuals. *American Journal of Epidemiology*, 162 (10), 1024-1031.

Clauset, A., Moore, C., & Newman, M. (2008). Hierarchical structure and the prediction of missing links in networks. *Nature*, 453(7191), 98-101.

Clyde, J. (1969). The concept and use of social networks. In Clyde, J. (Ed.), *Social networks in urban situations*. Manchester: Manchester University Press.

Cooper, R., & Yoshikawa, T. (1994). Inter-organizational cost management systems: The case of the Tokyo-Yokohama-Kamakura supplier chain. *International Journal of Production Economics*, 37, 51-62.

Cover, T., & Hart, P. (1967). Nearest neighbor pattern classification. *IEEE Transactions on Information Theory*, 13(1), 21-27.

Csardi, G., & Nepusz, T. (2006). The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*, 1695(5), 1-9.

Cullen, J., Berry, A. J., Seal, W., Dunlop, A., Ahmed, M., & Marson, J. (1999). Interfirm supply chains. The contribution of management accounting. *Management Accounting*, 77(6), 30-32.

Czarniawska-Jeorges, B. (1992) *Exploring complex organizations. A cultural perspective*. London: Sage Publications.

Dabas, E. (2006). *Viviendo redes*. En Dabas, E. (Comp.). *Viviendo redes. Experiencias y estrategias para fortalecer la trama social*. Argentina: Ediciones Ciccus.

Daft, R. (2000). *Teoría y diseño organizacional*. México: International Thomson Editores.

De la Peña, J. (2012). Sistemas de transporte en México: Un análisis de centralidad en teoría de redes. *Revista Internacional de Estadística y Geografía*, n 3 (3), 72-91.

De Nooy, W., Mrvar, A., & Batagelj, V. (2011). *Exploratory social network analysis with Pajek*. Cambridge University Press.

Dekker, H. (2003). Value chain analysis in interfirm relationships: A field study. *Management Accounting Research*, 14(1), 1-23.

Dekker, H. (2004). Control of inter-organizational relationships: Evidence on appropriation concerns and coordination requirements. *Accounting, Organizations and Society*, 29(1), 27-49.

Diestel, R. (2000). *Graph Theory*. Electronic edition 2000, New York: Springer-Verlag.

Dodds, P., Muhamad, R., & Watts, D. (2003). An experimental study of search in global social networks. *Science*, 301(5634), 827-829.

Doreian, P., & Stokman, F. (2013). *Evolution of Social Networks*. Londres: Routledge.

Durand, J. (2000). Origen es destino. Redes sociales, desarrollo histórico y escenarios contemporáneos. En Tuirán, R. (Coord.), *Migración México-Estados Unidos: Opciones de política*. México: Universidad de Guadalajara.

Durland, M., & Fredericks, K. (2006). *Social Network Analysis in Program Evaluation*. San Francisco: Jossey-Bass.

Eisenhardt, K. (1985). Control: organizational and economic approaches, *Management Science*, n 31(2), 134-149.

Ellram, L., & Cooper, M. (2014). Supply chain management: It's all about the journey, not the destination. *Journal of Supply Chain Management*, 50(1), 8-20.

Emirbayer, M., & Goodwin, J. (1994). Network analysis, culture, and the problem of agency. *The American Journal of Sociology*, 99(6), 1411-1454.

Ennis, G., & West, D. (2013). Using social network analysis in community development practice and research: A case study. *Community Development Journal*, 48(1), 40-57.

Evan, W. (1967). La órbita de la organización: Hacia una teoría de las relaciones interorganizacionales. En Thompson, J. (Ed.), *Teoría de la organización* (pp. 197- 214). Buenos Aires: OMEBA.

Faust, V., Christens, B., Sparks, S., & Hilgendorf, A. (2015). Exploring relationships among organizational capacity, collaboration, and network change. *Psychosocial Intervention*, 24, 125-131.

Fernández, D. (2008). El análisis de redes sociales aplicado al estudio de la estructura de las industrias culturales. En congreso I+C: Investigar la Comunicación, Santiago de Compostela, España, 30 enero al 1 febrero 2008, pp. 1-16.

Flores, R. (2014). Análisis de redes sociales para el desarrollo territorial sustentable. En congreso Latino Americano de Estudiantes de Posgrado en Ciencias Sociales: CLEPSO. Ciudad de México, México, 26-27 junio 2014, pp.1-20.

Freeman, L. (1978). Centrality in social networks: Conceptual clarification. *Social Networks*, 1, 215-239.

Freeman, L. (2004). *The development of social network analysis: A study in the sociology of science*, Vancouver, Canada: Empirical Press.

Gaete, J., y Vásquez, J. (2008). Conocimiento y estructura en la investigación académica: una aproximación desde el análisis de redes sociales. *Revista hispana para el análisis de redes sociales*, n 14(1), 1-33.

García, M, y Domínguez, J. (2012). Introducción a la teoría de matrices positiva: aplicaciones. Universitat Politècnica de Catalunya, Iniciativa Digital Politècnica.

García, M., y Guadalupe, M. (2007). Redes organizacionales, nueva estrategia de gestión, caso: CONAPRED. En congreso Estrategias Organizacionales Contemporáneas, Universidad Autónoma Metropolitana, pp.1360-1380.

García, S. (2012). Análisis de redes sociales: Explorando la cara oculta de la organización. *Revista Empresa y Humanismo*, n XV (1), 43-62.

Girvan, M., & Newman, M. (2002). Community structure in social and biological networks. In proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 99(12), 7821-7826.

Glass, G. (1976). Primary, secondary, and meta-analysis of research. *Educational Researcher*, 5(10), 3-8.

Goodman, L. (1960). Snowball Sampling. *The Annals of Mathematical Statistics*, 32, 148-170.

Granovetter, M. (2003). La fuerza de los lazos débiles. Revisión de la teoría reticular. En Requena, F. (Ed.), *Análisis de redes sociales. Orígenes, teoría y práctica*. Colección monografía, Centro de estudios sociológicos, Madrid: Siglo XXI, número 198, 196- 230.

Gulati, R., & Singh, H. (1998). The architecture of cooperation: Managing coordination costs and appropriation concerns in strategic alliances. *Administrative Science Quarterly*, 43, 781-814.

Haines, V., Godley, J., & Hawe, P. (2011). Understanding Interdisciplinary Collaborations as Social Networks. *Am J Commun Psychol*, 47(1-2), 1-11.

Hall, R. (1996). *Organizaciones, estructura, procesos y resultados*. México: Prentice Hall.

Hanneman, R. (2000). *Introducción a los métodos del análisis de redes sociales*. Riverside: University of California Riverside.

Hanneman, R., & Riddle, M. (2005). *Introduction to social network methods*. Riverside: University of California Riverside.

Harary, F., Norman, R., & Cartwright, D. (1965). *Structural model: An introduction to the theory of directed graphs*. Nueva York: John Wiley & Sons Inc.

Henri, J. (2006). Management control systems and strategy: A resource-based perspective. *Accounting, Organizations and Society*, 31(6), 529-558.

Herrero, R. (2000). La terminología del análisis de redes. Problemas de definición y traducción. *Política y Sociedad*, n 33, 199-206.

Hidalgo, R. (2016). Análisis de la gestión de redes de organizaciones orientadas a la prestación de servicios empresariales. *Revista Empresarial, ICE-FEE-UCSG Edición 39*, n 10(3), 46-55.

Ittner, C., & Larcker, D. (1997). Quality strategy, strategic control systems and organizational performance. *Accounting, Organizations and Society*, 22(3-4), 293-314.

Kale, P., Singh, H., & Perlmutter, H. (2000). Learning and protection of proprietary assets in strategic alliances: Building relational capital. *Strategic Management Journal*, 21, 217-237.

Keim, D. (2002). Information visualization and visual data mining. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 7(1), 100-107.

Knoke, D., & Kuklinski, J. (1982). *Network analysis*. Beverly Hills: Sage Publications.

Knoke, D., & Yang, S. (2008). Social network analysis. En Knoke, D. (Ed.), *Series Quantitative Applications in the Social Sciences*, 154, USA: Sage Publications.

Kossinets, G., & Watts, D. (2006). Empirical analysis of an evolving social network. *Science*, 311(5757), 88-90.

Kuz, A., Falco, M., y Giandini, R. (2016). Análisis de redes sociales: Un caso práctico. *Computación y Sistemas*, n 20(1), 89-106.

Kwait, J., Valente, T., & Celentano, D. (2001). Interorganizational relationships among HIV/AIDS service organizations in Baltimore: A network analysis. *J. Urban Health*, 78(3), 468-487.

Landherr, A., Friedl, B., & Heidemann, J. (2010). A critical review of centrality measures in social networks. *Business & Information Systems Engineering*, 2(6), 371-385.

Lee, H., Kim, P., & Jeong, H. (2006). Statistical properties of sampled networks. *The American Physics Society*, 73(1), 1-8.

Lozares, C. (1996). La teoría de redes sociales. *Revista de Sociología*, n 48, 103-126.

Lozares, C. (2005). Bases socio-metodológicas para el análisis de redes sociales, *ARS. Empiria: Revista de Metodología de Ciencias Sociales*, n 10, 9-35.

Luján, M., Martig, S., y Castro, S. (2008). Aplicación de visualización de grafos utilizando servicios Web. En Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación: WICC, Universidad Nacional de La Pampa, La Pampa, Argentina, 5-6 mayo 2008, pp. 301-305.

Madariaga, C., y Ávila-Toscano, J. (2012). Análisis de redes sociales. En Ávila-Toscano, J. (Coord.), Redes sociales y análisis de redes: Aplicaciones en el contexto comunitario y virtual (pp. 97-131). Barranquilla, Colombia: Corporación Universitaria Reformada.

Malaver, M., Rivera, H., y Alvarez, L. (2010). La ciencia de las redes, la conectividad y la sociedad. Semestre Económico, n 13(26), 149-157.

Marsden, P. (1982). Brokerage behavior in restricted exchange networks. In Marsden, P, & Lin, N. (Eds.), Social structure and network analysis. Beverly Hills: Sage Publications.

Martínez, H., y Sanabria, A. (2008). Algebra Lineal.

Matei, S. (2011). Analyzing Social Media Networks with NodeXL: Insights from a connected world by Derek Hansen, Ben Shneiderman, and Marc A. Smith. International Journal of Human-Computer Interaction, 27(4), 405-408.

Matías, G., y Arias, M. (2003). Dirección estratégica de redes organizacionales. Revista del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales: Economía y Sociología, n 46, 127- 142.

McDowell, T., Horn, H., & Witkowski, D. (2016). Organizational network analysis gain insight, drive smart. Deloitte Touche Tohmatsu Limited, 1, 2-4.

McNeill, J., y McNeill, W. (2010). Las redes humanas. Una historia global del mundo. Barcelona. España: Editorial Crítica.

Medrano, J., Alonso, J., y Figuerola, C. (2010). Visualización de grafos Web.

Mejía, C. (2010). Análisis de redes sociales a gran escala. Centro de investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Merchant, K. (1982). The control function of management in Merchant, K. (1985). Control in business organizations. Cambridge: Ballinger Publishing Company.

Merchant, K., & Otley, D. (2007). A review of the literature on control and accountability handbook of management accounting research. In Chapman, C., Hopwood, A., & Shields, M. (Eds.), Handbook of management accounting research (pp. 785-802). Amsterdam: Elsevier.

Mesa, X., y Murcia, J. (2017). El análisis de redes sociales - ARS, como recurso metodológico para el estudio formal de redes de políticas públicas. En congreso

Latinoamericano de Ciencia Política, organizado por la Asociación Latinoamericana de Ciencia Política: ALACIP. Montevideo, Uruguay, 26-28 julio 2017.

Mitchell, J. (1969). The concept and use of social networks. In Mitchell, J. (Ed.), *Social networks in urban situations*. Manchester: Manchester University Press.

Mitchell, M. (2009). *Complexity. A Guided Tour*. USA: Oxford University Press.

Mohr, J., Fisher, R., & Nevin, J. (1996). Collaborative communication in interfirm relationships: Moderating effects of integration and control. *Journal of Marketing*, 60(3), 103-115.

Molina, J. (2004). La ciencia de las redes. *Apuntes de Ciencia y Tecnología*, 11, 36-42.

Molloy, M., & Reed, B. (1995). A critical point for random graphs with a given degree sequence. *Random Structures and Algorithms*, 6(2-3), 161-179.

Mouritsen, J., & Thrane, S. (2006). Accounting, network complementarities and the development of inter-organisational relations. *Accounting, Organizations and Society*, 31(3), 241-275.

Nahapiet, J., & Ghoshal, S. (1998). Social capital, intellectual capital, and the organizational advantage. *Acad Manage Rev*, 23(2), 242-266.

Naranjo-Gil, D., & Hartmann, F. (2007). Management accounting systems, top management team heterogeneity and strategic change. *Accounting, Organizations and Society*, 32, 735-756.

Newman, M. (2006). Modularity and community structure in networks. Michigan. *Proc Natl Acad Sci USA*, n 103(23), 8577-8582

Newman, M. (2010). *Networks: An introduction*. New York, USA: Oxford University Press.

Oliver, A., & Ebers, M. (1998). Networking network studies: an analysis of conceptual configurations in the study of inter-organizational relationships. *Organization Studies*, 19(4), 549-583.

Organización de los Estados Americanos (2013). *El gobierno en la era de las redes sociales, módulo: Introducción a las redes sociales*.

Orlandoni, G. (2010). Escalas de medición en estadística. *Telos*, n 12(2), 243-247.

Otley, D. (1999). Performance management: A framework for management control systems research. *Management Accounting Research*, 10(4), 363-382.

Pagano, R. (1999). Estadística para las ciencias del comportamiento. México: S.A. Ediciones Paraninfo.

Perianes-Rodríguez, A., Olmeda-Gómez, C., y De Moya-Anegón, F. (2008). Introducción al análisis de redes. *El Profesional de la Información*, n 17(6), 664-669.

Perrucci, R., & Harry, P. (1990). Networks of power. Organizational Actors at the national corporate, and community levels. *International Journal on World Peace*, n 7(4), 105-109.

Polanco, X. (2006). Análisis de redes: Introducción. En Albornoz, M., y Alfaraz, C. (Eds.), *Redes de conocimiento: Construcción, dinámica y gestión* (pp. 77-112), Buenos Aires, Argentina.

Porras, J. (2002). Cambio tecnológico y cambio organizacional. La organización en red. *Polis Revista Latinoamericana. Desolación y nuevos vínculos sociales*, n 2, 1-13.

Provan, K., & Milward, H. (2001). Do networks really work? A framework for evaluating public sector organizational networks. *Public Administration Review*, 61(4), 414-423.

Provan, K., & Sebastian, J. (1998). Networks within networks: Service link overlap, organizational cliques, and network effectiveness. *The Academy of Management Journal*, 41(4), 453-462.

Provan, K., Beyer, J., & Kruytbosch, C. (1980). Environmental linkages and power in resource-dependence relations between organizations. *Administrative Science Quarterly*, 25(2), 200-225.

Provan, K., Fish, A., & Sydow, J. (2007). Interorganizational networks at the network level: A review of the empirical literature on whole networks. *Journal of Management*, 33(3), 479-516.

Requena, F. (1989). El concepto de red social. *Reis*, n 48/49, 137-152.

Reynoso, C. (2008). Hacia la complejidad por la vía de las redes. *Nuevas lecciones epistemológicas. Desacatos*, n 28, 17-40.

Reynoso, C. (2011). *Redes sociales y complejidad: Modelos interdisciplinarios en la gestión sostenible de la sociedad y la cultura. Redes sociales y complejidad*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Sb.

Rheingans, P., & Landreth, C. (1995). Perceptual principles for effective visualizations. In Grinstein, G., & Levkowitz, H. (Eds.), *Perceptual issues in visualization* (pp. 59-74). New York: Springer-Verlag.

Ruhnau, B. (2000). Eigenvector-centrality a nodecentrality? *Social Networks*, 22(4), 357-365.

- Sánchez, J. (2005). Manual de análisis estadístico de los datos. Alianza Editorial.
- Sánchez, J., Ramírez, C., y Vélez, M. (2006). Aproximación a un marco de análisis y desarrollo de los sistemas de control de gestión en las relaciones interorganizativas. *Revista Iberoamericana de Contabilidad de Gestión*, n 8, 155-176.
- Sánchez, M. (2017). Aportes teóricos a la gestión organizacional: La evolución en la visión de la organización. *Ciencias Administrativas*, n 5(10), 65-74.
- Seidman, S. (1983). Network structure and minimum degree. *Social Networks*, 5, 269-287.
- Silke, A., y Kriesi, H. (2007). El enfoque de redes. En Sabatier, P. (Ed.), *Teorías del proceso de las políticas públicas* (pp. 139-165). Jefatura de Gabinete de Ministros, Presidencia de la Nación. Buenos Aires, Argentina.
- Simons, R. (1990). The role of management control systems in creating competitive advantage: New perspectives. *Accounting, Organizations and Society*, 15(1-2), 127-143.
- Simons, R. (1995). *Levers of control: How managers use innovative control systems to drive strategic renewal*. Boston: Harvard Business School Press.
- Solé, R. (2009). *Redes complejas. Del genoma a Internet*. Barcelona: Tusquets editores.
- Streeter, C., & Gillespie, D. (1992). Social Network Analysis. *Journal of Social Service Research*, 16(1-2), 201-222.
- Szell, M., Lambiotte, R., & Thurner, S. (2010). Multirelational organization of large-scale social networks in an online world. In *proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 107(31), 13636-13641.
- Teja, R., Almaguer, G., Rendón, R., y López, N. (2014). Redes y análisis organizacional: roles, posiciones y poder de fragmentación de las relaciones sociales y comerciales *Revista global de negocios*, n 2(1), 11-39.
- Thomas, J., & Treviño, L. (1993). Information processing in strategic alliance building: A multiplecase approach. *Journal of Management Studies*, 3(5), 779-814.
- Trujillo, H., Mañas, F., y González-Cabrera, J. (2010). Evaluación de la potencia explicativa de los grafos de redes sociales clandestinas con Ucinet y Net-Draw. *Universitas Psychologica*, n 9(1), 67-78.
- Tsy-pin, M., & Röder, H. (2007). On the Reliability of kNN Classification. In *proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2007: WCECS 2007*, 24-26 October 2007, San Francisco, USA.

Tufte, E. (1997). Visual explanations. Images and quantities, evidence and narrative. Cheshire, Connecticut: Graphics Press.

Tuomela, T. (2005). The interplay of different levers of control: A case study of introducing a new performance measurement system. *Management Accounting Research*, 16, 293-320.

Valente, T. (1996). Social network threshold in the diffusion of innovations. *Social Networks*, 18(1), 69-89.

Valente, T. (2012). Network Interventions. *Science*, 337, 49-53.

Valente, T., & Fujimoto, K. (2010). Bridging, Locating critical connectors in a social network. *Soc Networks*, 32(3), 212-220.

Van der Meer-Kooistra, J., & Scapens, R. (2008). The governance of lateral relations between and within organisations. *Management Accounting Research*, 19(4), 365-384.

Van der Meer-Kooistra, J., & Vosselman, G. (2000). Management control of interfirm transactional relationships: The case of industrial renovation and maintenance, *Accounting, Organizations and Society*, 25, 51-77.

Vega-Redondo, F. (2007). *Complex Social Networks*. USA: Cambridge University Press.

Verd, J., y Martí, O. (1999). Muestreo y recogida de datos en el análisis de redes sociales. *Questiio*, n 23(3), 507-524.

Wasserman, S., & Faust, K. (1997). *Social network analysis: Methods and applications. Structural analysis in the social sciences*. Cambridge University Press.

Wasserman, S., & Galaskiewicz, J. (1994). *Advances in social network analysis: Research in the social and behavioral sciences*. Thousand Oaks: Sage Publications.

Wasserman, S., y Faust, K. (2013). *Análisis de redes sociales. Métodos y aplicaciones*. Centro de Investigaciones Sociológicas.

Watts, D. (1999). *Small Worlds: The dynamics of networks between order and randomness*. Princeton, Nueva Jersey: Princeton University Press.

Watts, D. (2006). *Seis grados de separación la ciencia de las redes en la era del acceso*. Barcelona: Editorial Paidós.

Watts, D., & Strogatz, S. (1998). Collective dynamics of small-world networks. *Nature*, 393, 440-442.

Weaver, W. (1948). Science and Complexity. American Scientist, 36, 536-544.

Wellman, B., & Berkowitz, S. (1998). Social structures: A network approach. Cambridge University Press.

Wendel, M., Prochaska, J., Clark, H., Sackett, S., & Perkins, K. (2010). Interorganizational network changes among health organizations in the Brazos Valley, Texas. The Journal of Primary Prevention, 31(1-2), 59-68.

White, D., Schnegg, M., y Brudner, L. (1999). Conectividad y descentralización en componentes. Sistemas descentralizados y el estado invisible: Cohesión multiconectada de baja densidad en redes sociales de gran escala en Tlaxcala, México. National Science Foundation con la subvención número 9978282.

Woulfe, J., Oliver, T., Zahner, S., & Siemering, K. (2010). Multisector partnerships in population health improvement. Prev. Chronic Dis, 7(6)

Fecha de recepción: 9/6/2022

Fecha de aceptación: 4/12/2023