

Efectos de la aplicación del software GeoGebra para la enseñanza – aprendizaje semi-presencial de la Geometría Analítica en el nivel universitario.

Lugo de Acosta C.A.

RESUMEN

En la modalidad presencial, la enseñanza de la Matemática resulta abstracta y para los estudiantes de la modalidad semipresencial resulta aún más compleja pues su aprendizaje depende de los recursos con que dispone en el aula virtual, (materiales de lecturas, videos, etc.) y del apoyo del docente por medio de las tutorías virtuales (a través de los foros de consultas y mensajería interna) y tutorías presenciales. Este trabajo de investigación plantea una propuesta didáctica que consiste en la utilización del software GeoGebra en la enseñanza – aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y Vectores I, de estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción. El experimento se lleva a cabo durante el desarrollo de las unidades de Vectores, Sistemas de coordenadas, Línea Recta y Circunferencia debido a la complejidad de los conceptos que se presentan en dichas unidades. Finalizado el experimento, se analizan los efectos de su aplicación considerando las siguientes dimensiones del proceso de enseñanza-aprendizaje: el nivel de comprensión de los conceptos, la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica y los niveles de motivación de los estudiantes.

ABSTRACT

In the face-to-face mode, the teaching of Mathematics is abstract and for the students of the blended modality it is even more complex because their learning depends on the resources available in the virtual classroom (reading materials, videos, etc.) and of the teacher's support through virtual tutorials (through the forums of consultations and internal messaging) and face-to-face tutoring. This research project proposes a didactic proposal that consists in the use of the GeoGebra software in the blended teaching - learning of Analytical Geometry and Vectors I, of students of the Bachelor of Science Degree in Mathematical Statistics and Production Technology of the "Facultad de Ciencias Exactas y Naturales" of the Universidad Nacional de Asunción. The experiment is carried out during the development of the units of Vectors, Coordinate Systems, Straight Line and Circumference due to the complexity of the concepts presented in said units. After the experiment, the effects of its application are analyzed considering the following dimensions of the teaching-learning process: the level of understanding of the

concepts, the ability to solve problems graphically and analytically and the levels of motivation of the students.

PALABRAS CLAVE

Enseñanza a distancia, Matemática, Innovación educacional, Software didáctico.

KEY WORDS

Distance education, Mathematics, Educational innovations, Educational software.

CONTEXTO

El área de conocimiento es Matemática, en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I de las carreras de Licenciaturas en: Educación Matemática, Ciencias Básicas, Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de Producción en la modalidad semipresencial de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción. Dicho trabajo de investigación se ha llevado a cabo como Tesis de la Maestría en Didáctica de las Ciencias Mención Matemática de la Universidad Nacional de Concepción, financiado con los fondos del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología – Conacyt dentro del Programa PROCENCIA – Programa Paraguayo para el Desarrollo de la Ciencia y Tecnología.

INTRODUCCIÓN

La propuesta didáctica se basa en el uso del software GeoGebra como herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I en la modalidad semipresencial. Desde la creación del programa, varias investigaciones se han llevado a cabo en distintas áreas de la Matemática, en distintos niveles educativos. Entre estos, [1] mencionan que el uso de GeoGebra aporta al proceso de enseñanza y aprendizaje en la comprensión de los conceptos matemáticos en estudiantes del nivel universitario. De igual manera, [2] manifiesta que el uso de GeoGebra con las metodologías adecuadas propicia al aprendizaje de la Geometría.

De igual manera, [3] señala que el uso de las tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas sirve de apoyo siempre que sea acompañado por el docente. Por su parte, [4] presenta como resultado de su trabajo con relación al uso de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría Analítica que la buena elección de recursos y actividades con el acompañamiento del docente como mediador del aprendizaje, es posible la comprensión de nuevos conceptos de la Geometría analítica y la retroalimentación de propiedades ya estudiadas en la Geometría plana.

A su vez, [5] en su artículo “Uso del GeoGebra en la enseñanza de la Geometría en carreras de Diseño” presenta el análisis didáctico de la aplicación de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría en la asignatura de Matemática de primer año de las carreras de Diseño de la Universidad Nacional de Río Negro (Argentina). Plantea que mediante el empleo de esta herramienta da la posibilidad de que el estudiante “...explore en forma autónoma, durante el proceso de solución, permite que aparezca la búsqueda y exploración de relaciones matemáticas, así como visualizar y explorar el significado de esas relaciones”, siempre y cuando el docente lo acompañe durante ese proceso. Finalmente, concluye que la incorporación de herramientas tecnológicas si no van acompañadas de situaciones problemáticas y sin la intervención continua del docente en el proceso, son de poco valor.

La enseñanza de las asignaturas en la modalidad semipresencial se desarrolla a través de plataformas virtuales, que cuentan con recursos, ya sean los materiales didácticos, los

foros, como los mensajes internos, etcétera, que a veces no son suficientes para el logro de los objetivos, lo que puede sobrevenir a un posterior fracaso, que conlleva a la desmotivación y, finalmente, el abandono de la asignatura. En vista de que Geometría Analítica y Vectores I se encuentra entre las asignaturas desarrolladas en los primeros niveles, tal desmotivación podría influenciar en el abandono de la carrera y, para evitar eso, surge la necesidad de implementar una posible solución al problema de comprensión de la asignatura.

Considerando dicha problemática se evidencia la necesidad del empleo de otras herramientas que complementen al aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I, es de aquí donde nace la idea del empleo de GeoGebra en la elaboración de los materiales didácticos y en la resolución de situaciones problemáticas a fin de buscar el mejoramiento del aprendizaje y el aumento de la motivación de los estudiantes. De igual manera, se pretende analizar los beneficios que se podría obtener del empleo de estas herramientas en las demás asignaturas de Matemática, y si sería factible su empleo en otras áreas de las ciencias exactas y naturales para el logro del aprendizaje de los estudiantes, en la modalidad semipresencial.

En esta investigación, el objetivo general es analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza–aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial de los estudiantes.

OBJETIVOS

General

Analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza– aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, de estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción.

Específicos

1. Identificar las utilidades del software GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I.
2. Comprender las teorías que sustentan a la Educación a Distancia con relación al empleo de las herramientas tecnológicas en la plataforma.
3. Establecer diferencias en los niveles de comprensión de los conceptos de Geometría Analítica y Análisis Vectorial, entre los estudiantes que utilizan GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje de aquellos que no lo utilizan.

4. Determinar las diferencias en las capacidades de resolución de problemas de Geometría Analítica y Análisis Vectorial, entre los alumnos que utilizan el software GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje de aquellos que no lo utilizan.
5. Identificar los niveles de motivación hacia el estudio de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, en los estudiantes que utilizan el software GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje, de acuerdo a su percepción.

METODOLOGÍA

El enfoque metodológico de la investigación es cuantitativo – cualitativo; la misma es de tipo descriptivo y de diseño cuasi-experimental, es decir, según [6] en el estudio de tipo descriptivo el investigador tiene como objetivo “describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos, esto es, detallar cómo son y se manifiestan” (p. 80), esto es, realizar una descripción de los fenómenos observados a fin de recoger información de las variables involucradas en el estudio sin necesidad de buscar relación entre ellas. En cuanto al tipo de diseño de la investigación de tipo cuasi-experimental, el mismo autor lo define como un diseño experimental donde sus variables no se seleccionan de manera aleatoria, esto significa que “se refiere a un estudio en el que se manipula intencionalmente al menos una variable independiente para observar su efecto y relacionar con una o más variables dependientes...” (p. 148), esto significa que parte de la idea de realizar una comparación entre dos grupos de individuos con características similares pero al cuál a uno de ellos se las aplica la metodología de estudio y al otro grupo no.

La población corresponde a los estudiantes de las carreras de Licenciaturas del Departamento de Educación a Distancia de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción. El tipo de muestreo es no probabilístico y la muestra es por conveniencia o intencionada, ya que se realiza la investigación con los estudiantes inscriptos en el primer periodo del año 2017 en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I, en la modalidad semipresencial de la Licenciatura en Ciencias Mención Matemática Estadística y la Licenciatura de Tecnología de Producción. Los experimentos afectan a los estudiantes matriculados en la sección A (grupo experimental), el cual corresponde a la sección de las licenciaturas mencionadas con tamaño de muestra igual a 33 estudiantes y sus resultados se comparan con los obtenidos por los estudiantes matriculados en la sección B (grupo de control) de la misma asignatura, el cual cuenta con 22 estudiantes.

Durante el desarrollo de la asignatura se observa una reducida participación de los estudiantes en las actividades, siendo el promedio de 14 estudiantes en el grupo experimental y 12 estudiantes en el grupo control. Por tal motivo, se procede a analizar los datos recabados de aquellos que si habían realizado las actividades involucradas en la investigación y descartando el número de estudiantes que no participaron.

El análisis se ha centrado en las siguientes dimensiones específicas del proceso de enseñanza-aprendizaje: a) el nivel de comprensión de los conceptos; b) la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica; y c) los niveles de motivación de los estudiantes.

La modalidad de las carreras involucradas en el estudio es semipresencial por lo que las clases de Geometría Analítica y Vectores I se desarrollan en la plataforma Moodle mediante la utilización de los materiales de lecturas elaborados por el docente tutor en cada unidad, acompañados con las herramientas propias del aula virtual que son, las de uso más frecuente: los foros (de consultas y novedades), subida de archivos y cuestionarios.

Figura 1: Vista principal del aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I.



Fuente: Elaboración propia.

El estudio se ha realizado durante el desarrollo de las cuatro unidades temáticas: Vectores, Sistemas de Coordenadas, Línea Recta y Circunferencia. Esto se debe a la complejidad de los conceptos que se presentan en dichas unidades.

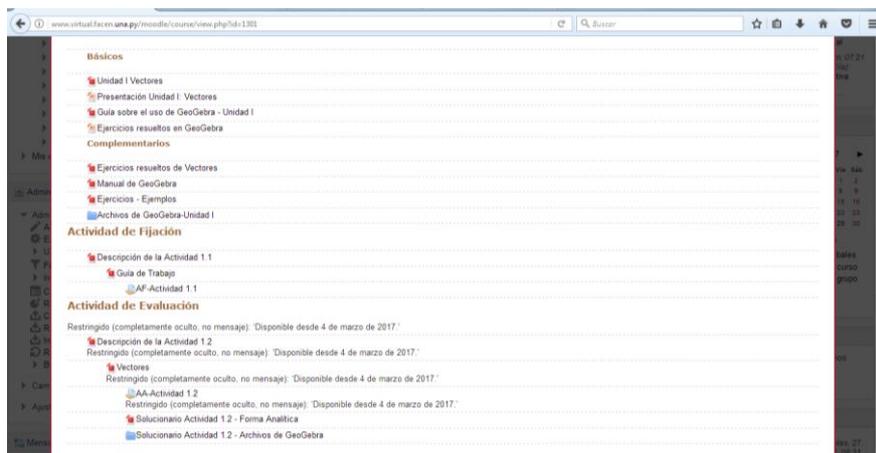
Figura 2: Vista de las primeras seis unidades de Geometría Analítica y Vectores I.



Fuente: Elaboración propia.

La enseñanza por medio de la plataforma virtual y sus herramientas se complementa con materiales de apoyo elaborados para el trabajo de investigación, entre ellas, guías rápidas de empleo del programa GeoGebra, donde se plasman las diversas herramientas con que cuenta el programa y algunos comandos a ser utilizados en cada unidad. Además, se presentan algunos problemas resueltos con GeoGebra, a modo de ejemplos, siguiendo paso a paso la construcción a través de presentación de diapositivas con los archivos en formato “.ggb” que corresponden a archivos de GeoGebra. Así también, se emplean videos tutoriales de la web, específicamente, en el desarrollo de las unidades de Línea recta y Circunferencia.

Figura 3: Recursos disponibles en la Unidad I: Vectores.



Fuente: Elaboración propia.

El desarrollo de cada unidad ha sido distribuido de la manera siguiente:

- -Tiempo de lectura y análisis de los materiales proporcionados
- -Desarrollo de “Actividades de fijación”, las cuales son aquellas de carácter formativo y sirve como entrenamiento para las actividades de evaluación.
- -Finalizado el análisis de los materiales de lectura y las actividades de fijación en cada unidad se presentan las de evaluación cuya estrategia didáctica utilizada es la resolución de problemas y se evalúan a través de instrumentos elaborados por el docente. El instrumento seleccionado es la lista de cotejo con los indicadores de cada una de las unidades de estudio.

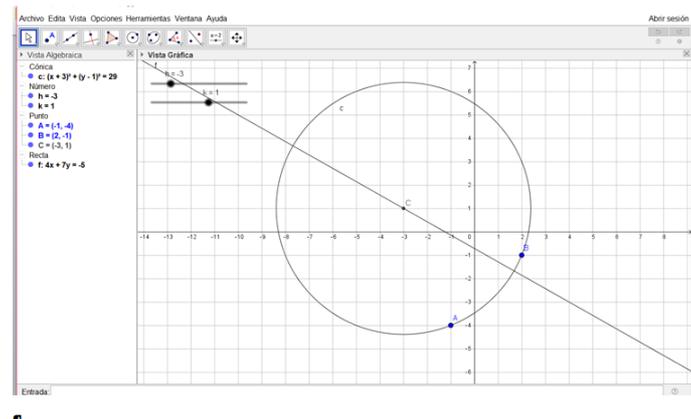
Se solicita a ambos grupos trabajar en forma individual. A los estudiantes del grupo experimental se le plantea resolver las situaciones problemáticas con la ayuda de GeoGebra y que verifiquen la solución obtenida con el programa mediante el cálculo analítico (mediante el uso de lápiz y papel) buscando la comprensión de los conceptos que se desea fijar y los del grupo control que resuelvan las mismas situaciones problemáticas sin el empleo del programa.

Figura 4: Ejercicio resuelto por un estudiante del grupo experimental en la Unidad VI.

Actividad 6.1 – Geometría Analítica I

Tema 1: Hallar la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos $(-1, -4)$ y $(2, -1)$ y cuyo centro está sobre la recta $4x + 7y + 5 = 0$

1. → Teniendo como modelo el ejercicio 5, abrí el archivo y puse los valores para los puntos $A(-1, -4)$ y $B(2, -1)$
2. → Moví los aerodeslizadores para los valores h y k de tal forma que el trazo de la circunferencia pase sobre esos dos puntos
3. → Modifiqué la ecuación $f(x) = 4x + 7y + 5 = 0$
4. → Fui moviendo nuevamente los deslizadores para que el centro de la circunferencia C , caiga sobre la recta f , que al mismo tiempo, esa circunferencia pase sobre los puntos A y B
5. → Obteniendo finalmente los valores para h y k , -3 y -1 , respectivamente



Fuente: Elaboración propia.

Los porcentajes obtenidos por ambos grupos han sido tabulados y se hace una comparación con la finalidad de identificar si existe diferencia entre ambos grupos con relación a la comprensión de los conceptos mediante la aplicación en la resolución de problemas. En cada unidad se hace un seguimiento en ambos grupos mediante la observación a fin de verificar el porcentaje de participación en cada una de las actividades planteadas para el estudio.

Para recabar más datos, al finalizar el experimento en las cuatro unidades con el objeto de conocer la experiencia de los estudiantes y los beneficios obtenidos en cuanto al uso de dicho programa en la resolución de ejercicios y los materiales elaborados con el mismo, se lleva a cabo una encuesta al grupo experimental (sección A) mediante un formulario de Cuestionario en Google Drive que se comparte con los estudiantes vía correo electrónico, el cual contiene ítems de estructura de escala de Lickert, es decir, deben calificar del 1 al 5 teniendo en cuenta que 1 es “totalmente en desacuerdo”, 2 es “en desacuerdo”, 3 es “indeciso”, 4 es “de acuerdo”, 5 es “totalmente de acuerdo”. Dicho cuestionario se encuentra estructurado por dimensiones: Uso de GeoGebra, Comprensión de conceptos, Capacidad de resolución de problemas y los niveles de motivación.

Además dicho cuestionario cuenta con tres preguntas abiertas para conocer la utilidad de los materiales elaborados, si el uso de GeoGebra ha resultado provechoso para la comprensión de los conceptos y si el empleo del tiempo con GeoGebra ha sido mayor o menor en comparación al lápiz y papel y una pregunta abierta para recabar datos sobre

sugerencias con respecto a la experiencia de los estudiantes con relación a la metodología empleada.

La técnica para el análisis de las respuestas a dichas preguntas abiertas es la categorización que según [6] es “En la codificación cualitativa, las categorías son conceptos, experiencias, ideas, hechos relevantes y con significado” (p.452).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la realización del análisis y la interpretación de los resultados obtenidos se han tenido en cuenta los datos recabados con los instrumentos elaborados para la investigación.

Análisis de resultados obtenidos en las listas de cotejo

En las unidades involucradas en el estudio, se ha utilizado GeoGebra para la elaboración de materiales de apoyo y en la resolución de problemas. Se han presentado las mismas actividades en cada grupo (experimental y de control) con los mismos indicadores de evaluación, presentados en listas de cotejos, con la finalidad de hacer una comparación entre ellos. Se analizan los indicadores logrados con el propósito de medir la comprensión de los conceptos y la capacidad de la resolución de problemas, mediante los porcentajes de logros obtenidos en cada grupo.

Se presentan 19 indicadores de evaluación de las actividades de las unidades I, II, IV y VI de las cuales 6 están elaborados para la comprensión de tipo conceptual y 13 del tipo procedimental.

El promedio de los indicadores logrados en cada unidad, en los grupos experimental y de control se resumen en la tabla siguiente:

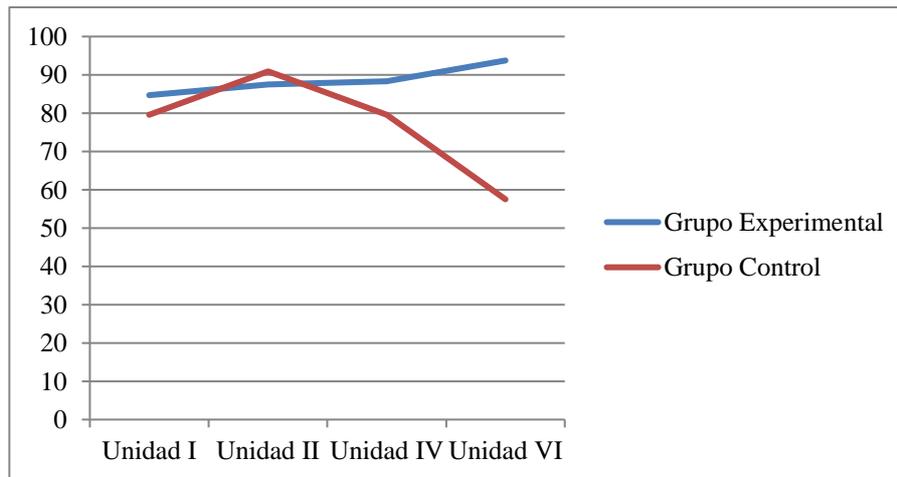
Tabla 1: Indicadores logrados– Grupo Experimental y Grupo Control.

Unidades	Grupo Experimental	Grupo Control
Unidad I	85%	80%
Unidad II	88%	91%
Unidad IV	88%	80%
Unidad VI	94%	58%

Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico que se presenta a continuación, se puede observar un incremento favorable en cuanto al promedio de indicadores logrados en el grupo donde se ha empleado la resolución de problemas con GeoGebra.

Figura 5: Promedio de indicadores logrados.



Fuente: Elaboración propia.

Con estos datos se procede a realizar la Prueba T de Student, con ayuda de Excel, cuyos resultados se presentan en la tabla, a continuación.

Tabla 1: Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales.

	<i>Grupo Experimental</i>	<i>Grupo Control</i>
Media	87,95739348	77,3137389
Varianza	123,5721579	495,440589
Observaciones	19	19
Varianza agrupada	309,5063734	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	36	
Estadístico t	1,86473781	
P(T<=t) una cola	0,035193433	
Valor crítico de t (una cola)	1,688297714	
P(T<=t) dos colas	0,070386865	
Valor crítico de t (dos colas)	2,028094001	

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla de resultados se distingue que la prueba no es significativa al 95% de confianza porque el p – valor es 0,07; esto significa que no hay diferencia entre los promedios de ambos grupos. Sin embargo, para un 90% de confianza se puede concluir que la estrategia de enseñanza y aprendizaje utilizada pudo ser un factor determinante.

Análisis de los resultados obtenidos en la encuesta

Los resultados obtenidos en cada dimensión, de acuerdo con la percepción de cada estudiante, se presentan a continuación:

Dimensión I: Con respecto al uso del Software GeoGebra

Los ítems de esta dimensión han sido elaborados para realizar un análisis de la experiencia de los estudiantes que han trabajado con GeoGebra en la comprensión de conceptos y en la resolución de problemas.

Tabla 2: Resultados de la Dimensión I, en porcentajes.

ÍTEMS						
Escala	I.1: GeoGebra resulta ser un programa de fácil acceso y empleo	I.2: GeoGebra me permite resolver problemas	I.3: GeoGebra me ayuda a entender mejor los conceptos abstractos	I.4: GeoGebra resulta una herramienta adecuada para la asignatura.	I.5: El uso de GeoGebra facilita el aprendizaje de las unidades en donde se aplicó el programa	I.6: Los comandos empleados en GeoGebra me han sido útiles
1	0	0	0	0	0	3,3
2	13,3	10,0	6,7	6,7	6,7	13,3
3	16,7	6,7	13,3	6,7	13,3	33,3
4	36,7	60,0	56,7	46,7	50,0	36,7
5	33,3	23,3	23,3	40,0	30,0	13,3

Fuente: Elaboración propia.

Con estos datos se puede observar que la mayor cantidad de encuestados está de acuerdo con que GeoGebra es un programa accesible que facilita la resolución y verificación de los problemas planteados y que constituye una herramienta que ayuda a la comprensión de los conceptos de las unidades involucradas en el estudio.

Dimensión II: Con relación a la comprensión de conceptos

En primer lugar, se realizaron preguntas específicas de las unidades de estudio: Vectores, Sistemas de coordenadas, Línea recta y Circunferencia y los resultados se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 4: Comprensión de conceptos básicos y abstractos de Geometría Analítica en las cuatro unidades del estudio.

Comprensión de conceptos básicos y abstractos con ayuda de GeoGebra					
Ítems	Media	Dev. típ.	Varianza	Asimetría	Curtosis
II.1A: Lo relacionado a vectores y su aplicación práctica mediante la representación gráfica con el programa y el cálculo analítico.	4,13	,860	,740	-,966	,734

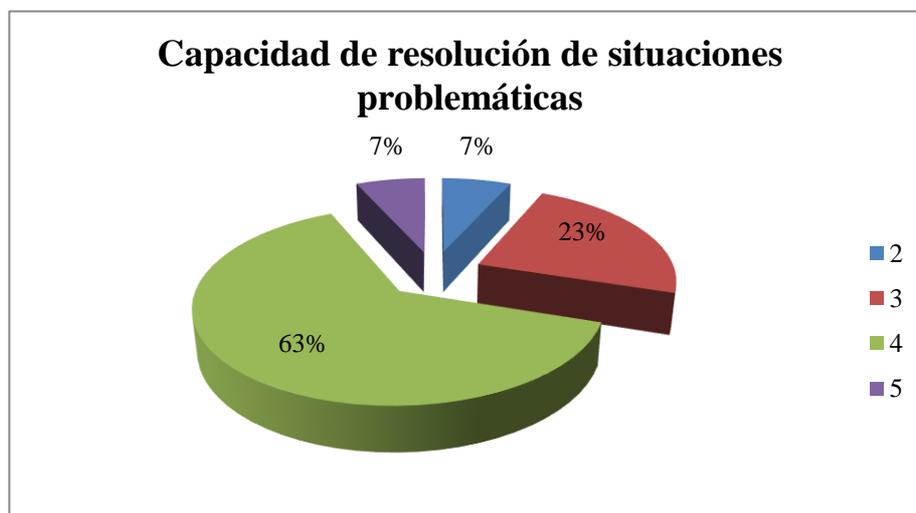
II.1B: Las diversas aplicaciones (división de un segmento, punto medio, distancia entre dos puntos, el área de los polígonos) del sistema de coordenadas en el plano cartesiano.	4,10	,803	,645	-1,045	1,532
II.1C: La idea matemática de pendiente de una recta y sus posiciones en el plano cartesiano.	4,07	,785	,616	-,579	,188
II.1D: Los elementos que componen a la circunferencia y la ecuación que la representa.	4,03	,964	,930	-,812	-,127

Fuente: Elaboración propia.

Con relación a los resultados que se exponen en la tabla, se puede concluir que los estudiantes que han utilizado GeoGebra durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I están de acuerdo con que les ha favorecido en la comprensión de los conceptos básicos de las unidades de estudio.

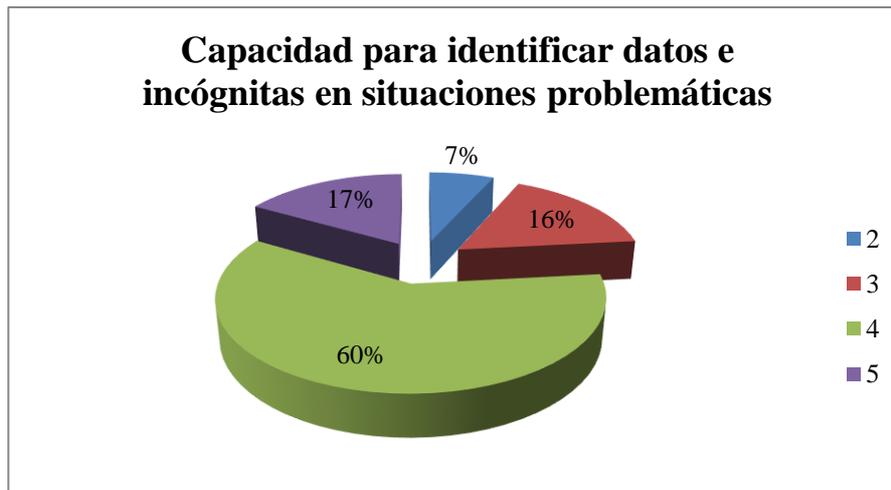
Los resultados obtenidos en los ítems II.2 y II.3 se resumen en los gráficos siguientes, donde se puede observar que la mayoría de los encuestados están de acuerdo con que son capaces de llegar a la solución del problema con los datos proporcionados y que son capaces de identificar los datos e incógnitas de los problemas.

Figura 6: Pregunta II.2.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 7: Pregunta II.3



Fuente: Elaboración propia.

Haciendo un análisis comparativo de estos resultados y los resultados obtenidos en los indicadores logrados en cada una de las actividades del aula virtual, se tiene que considerando la Dimensión II: Comprensión de conceptos, se cuenta con 6 indicadores de evaluación presentados en cada una de las actividades que miden la comprensión de conceptos se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 5: Comprensión de conceptos según Listas de Cotejo.

Indicadores	Porcentajes Logrados	
	Grupo Experimental	Grupo Control
Comprende la condición que se cumple cuando los vectores son ortogonales	100	100
Comprende la condición que se cumple cuando los vectores son iguales	86	57
Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de distancia entre dos puntos para obtener el resultado	79	73
Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de punto medio de un segmento para obtener el resultado	100	100
Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de punto de división de un segmento dada una razón para obtener el resultado.	93	100
Identifica las condiciones que cumplen una recta tangente a la circunferencia	92	20
Promedio	92	75

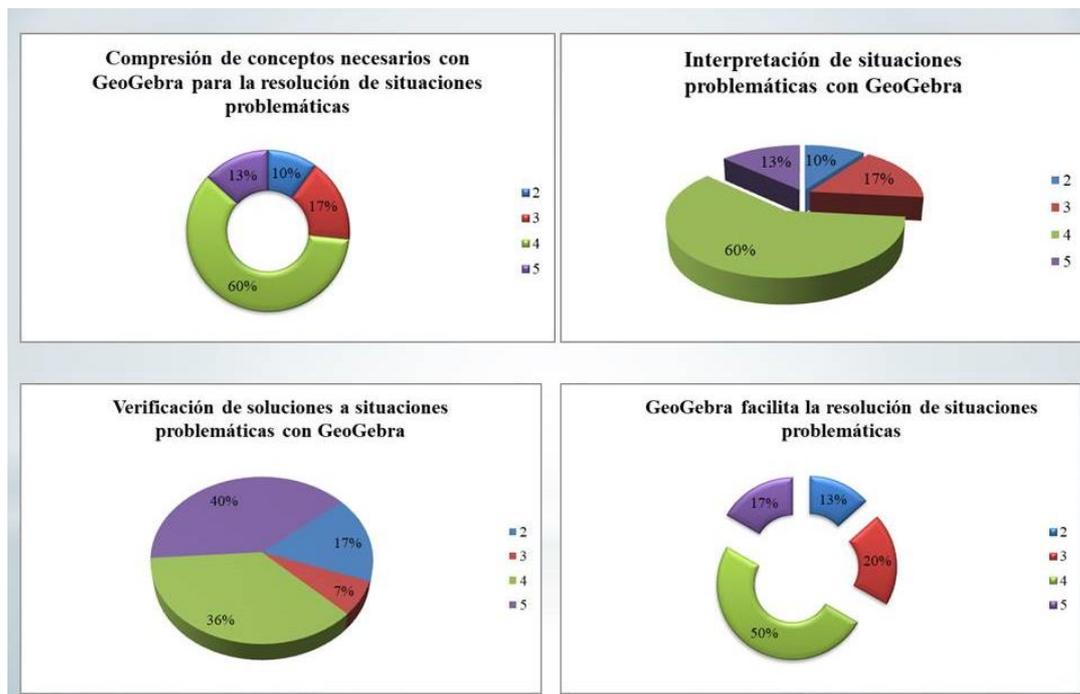
Fuente: Elaboración propia.

Con relación a esto, se puede decir que el grupo experimental obtuvo un promedio de porcentaje de logros mayor que el grupo control en la comprensión de conceptos de las unidades de estudio.

Dimensión III: Con respecto a la capacidad de resolución de problemas.

Los resultados obtenidos en los ítems III.1, III.2, III.3 y III.4 se presentan en la siguiente figura:

Figura 8: Resultados de la Dimensión III.



Fuente: Elaboración propia.

De esto se puede concluir que el mayor número de estudiantes encuestados consideran que el uso de GeoGebra les ha facilitado en la resolución y verificación de problemas.

Teniendo en cuenta los indicadores de evaluación del tipo procedimental, se procede a comparar con los resultados mencionados anteriormente. Los resultados obtenidos en los indicadores logrados se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 6: Resolución de problemas según Listas de Cotejo.

Indicadores	Porcentajes Logrados	
	Grupo Experimental	Grupo Control
Representa de manera correcta puntos en el plano	93	100
Determina el módulo de un vector	93	100
Aplica de manera correcta la definición de producto	86	57

escalar entre dos vectores		
Determina el ángulo entre dos vectores	71	64
Determina la proyección de un vector sobre otro	64	79
Determina el área de un polígono	79	91
Determina la ecuación de la recta dado dos puntos	93	91
Determina la pendiente de una recta que es concurrente a otra	93	91
Determina la pendiente de una recta que es perpendicular a otra	100	82
Calcula la distancia de un punto a una recta	67	55
Determina la ecuación general de la circunferencia que pasa por dos puntos y de centro sobre una recta	92	50
Determina la ordenada del punto que pertenece a la circunferencia	92	90
Determina la ecuación de la circunferencia dado dos puntos que determinan el diámetro de la circunferencia.	100	70
Promedio	86	78

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados del promedio de porcentaje de logros de los indicadores del tipo procedimental están a favor del grupo experimental pues el promedio de porcentajes es superior al grupo control.

Dimensión IV: Con respecto a la motivación

El análisis del nivel de motivación de los estudiantes, de acuerdo a su percepción, se ha llevado a cabo de acuerdo a las dimensiones de: Interés, Autonomía y Retroalimentación. Para el efecto, se han elaborado ítems relacionados a cada dimensión. Los resultados obtenidos, se puede observar en la tabla siguiente:

Tabla 7: Resultados de los niveles de Motivación.

Dimensiones del Nivel de Motivación	Valores Reales	Resultados
Interés (ítems 1 al 4)	Mayores de 14 puntos (Bueno)	77% (23 estudiantes)
Autonomía (ítem 5)	Puntuación 4 o más: Bueno	80% (24 estudiantes)
Retroalimentación (ítem 6)	Puntuación 4 o más: Bueno	63% (19 estudiantes)

Fuente: Elaboración propia.

Con estos resultados, considerando los valores reales, el mayor número de estudiantes encuestados han calificado como Bueno en cada una de las dimensiones de los niveles de motivación.

Análisis de las preguntas abiertas

Al finalizar la encuesta, se han proporcionado las siguientes preguntas abiertas y para el análisis se ha llevado a cabo la categorización de las respuestas a fin de obtener información adicional. Los resultados obtenidos, en porcentajes, se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 8: Resultados de las preguntas abiertas.

Utilidad de los materiales elaborados para trabajar con GeoGebra		GeoGebra facilita o no la comprensión de los conceptos de las unidades estudiadas			Tiempo empleado para resolver problemas con GeoGebra fue:	
Útiles	Poco útiles	Facilita	Dificulta	Complementa	Mayor	Menor
82	18	77	19	4	41	59

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, de acuerdo con la experiencia de los estudiantes que han empleado GeoGebra durante el desarrollo de las unidades de Geometría Analítica y Vectores I, a la mayoría le resulta interesante el programa para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Como es sabido, la enseñanza de las asignaturas del área de Matemática resulta bastante abstracta para un estudiante en la modalidad presencial, por lo que para los estudiantes de la modalidad semipresencial o a distancia resultaría más complejo, pues el aprendizaje de las mismas depende de los materiales didácticos proporcionados por el docente en la plataforma, las tutorías virtuales a través del chat o foros de consulta y las tutorías presenciales. Así también, los softwares educativos aplicados a la Matemática constituyen un recurso para el desarrollo de la propuesta educativa y la construcción de estrategias docentes a partir de la utilización de dichas herramientas. [7] propone que su aprovechamiento depende de “...la habilidad del docente para articularlos y combinarlos apropiadamente, a los efectos que los mismos impacten positivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, dando lugar a propuestas educativas innovadoras y creativas” (p. 27). De ahí nace la importancia de innovar ciertos recursos, con la finalidad de facilitar y mejorar la comprensión para lograr el aprendizaje de los estudiantes y se plantea para el logro de dicho fin, el empleo de GeoGebra como herramienta de apoyo en el aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I. De acuerdo a la experiencia de [4], a fin de lograr que los alumnos trabajen de manera agradable propone el uso del computador y del programa GeoGebra por medio de clases prácticas en forma dual e individual para que los mismos estudiantes sean capaces de revisar y profundizar los principales conceptos de la Geometría Analítica plana. Considerando esto, en la asignatura de Geometría Analítica y

Vectores I, se plantean actividades que involucren la resolución y verificación de problemas sobre Vectores, Sistemas de coordenadas, Línea recta y Circunferencia en busca de la comprensión de los conceptos abstractos que se presentan en dichas unidades.

En base a esto, con relación al nivel de comprensión de los conceptos y la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica tras el análisis de los resultados obtenidos en las listas de cotejos, se observa una diferencia positiva a favor de los estudiantes que utilizan GeoGebra en la resolución de problemas lo que podría considerarse que la estrategia de enseñanza utilizada pudo ser un factor determinante.

Así también, de los resultados de la encuesta, se obtiene que un porcentaje mayor está a favor de que:

- * GeoGebra es un programa accesible que facilita la resolución y verificación de los problemas planteados y que constituye una herramienta que ayuda a la comprensión de los conceptos de las unidades involucradas en el estudio.
- * GeoGebra ayuda a comprender los conceptos necesarios para la resolución de problemas y a verificar las soluciones obtenidas en lápiz y papel.
- * GeoGebra resulta útil para complementar el aprendizaje por medio de la manipulación.

En cuanto a la motivación, [8] afirma que GeoGebra es una herramienta tecnológica indispensable en la clase de Matemática tanto para el docente como para los estudiantes, la considera una correcta elección, ya que sostiene que ofrece posibilidades “de vivir una experiencia diferente, con especial incidencia en la motivación y en su capacidad para recuperar la esencia misma de las matemáticas” (p. 26). Con relación a esto, para medir los niveles de motivación de los estudiantes que han utilizado GeoGebra durante el proceso de enseñanza-aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y Vectores I, considerando las dimensiones de Interés, Autonomía y Retroalimentación, se consideran los resultados obtenidos en la encuesta, de acuerdo a la percepción de los mismos, se tiene que el mayor número de estudiantes:

- * Demuestra interés para el aprendizaje de la asignatura pues consideran agradable obtener conocimientos que les serán útiles en las asignaturas correlativas además de que el conocimiento adquirido sobre el manejo del programa les servirá en otras asignaturas de su carrera.
- * Busca soluciones, por sí mismos, a las dificultades que se le presenta en cuanto a la comprensión de los conceptos o herramientas del programa.
- * Practica la retroalimentación mediante el análisis crítico de los resultados y/o dificultades que se presentaron durante el desarrollo de las actividades.

Finalmente, [9], sostiene que “Este software permite abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación facilitando la realización de construcciones, modificaciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa” (p. 9). Es decir, GeoGebra resulta perfecta para la creación de actividades dinámicas y la plataforma Moodle cuenta con dicho software como recurso pero con las dificultades que se han presentado durante la preparación del aula virtual, con relación a los requerimientos técnicos que debe poseer la PC (por ejemplo, la actualización del JAVA), y debido a la inversión de tiempo que tomaría la capacitación a los estudiantes para poner en condiciones sus PCs personales, se ha llevado a cabo el trabajo con otro tipo de recursos como las presentaciones en diapositivas de las soluciones de ciertos problemas de Geometría Analítica, también videos de la web, de igual manera, las actividades se centran en la entrega de los archivos de GeoGebra en formato .ggb. Pese a que no fue posible utilizar en su totalidad las bondades que ofrece la plataforma Moodle para la aplicación del programa, en cuanto a la creación de actividades dinámicas, los resultados han sido positivos.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la investigación a través de los instrumentos utilizados para el efecto que han sido: las listas de cotejos de cada actividad que involucra el uso de GeoGebra y el cuestionario.

Como se ha mencionado, el objetivo general del trabajo de investigación es analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial y para el estudio de estos efectos, se ha procedido a hacer un análisis en las siguientes dimensiones específicas:

El nivel de comprensión de los conceptos y la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica

El desarrollo de dicha asignatura se ha llevado a cabo en la plataforma Moodle y como complemento a las herramientas tecnológicas de la misma (Recursos, Foros, Subida de Archivos, etc.) se utiliza GeoGebra en la enseñanza de las unidades de I Vectores, II Sistema de coordenadas, IV Línea recta y VI Circunferencia debido a las dificultades que han presentado grupos anteriores a la muestra de investigación.

Se ha seleccionado el programa GeoGebra por ser un software de código libre (se puede descargar de la web e instalar en la PC como también ser utilizado de forma online), así también es una herramienta bastante amigable, pues no requiere del uso de comandos complicados para representar gráficamente y con el sustento por medio de los resultados positivos que se han obtenido en otros trabajos de investigación, desde su creación, en el año 2000.

El programa ha sido utilizado por el docente como herramienta didáctica, a través de materiales elaborados como guías de uso, ejemplos de problemas resueltos con la aplicación de dicho programa, con miras al logro de los objetivos propuestos para cada

unidad del estudio. Los estudiantes han empleado dicho programa en la resolución de problemas y la verificación de la solución de los mismos.

Se han seleccionado dos grupos de manera intencional, pues el grupo experimental ha sido conformado por estudiantes matriculados en la sección A y el grupo control, por los matriculados en la sección B, ambos de la asignatura Geometría Analítica y Vectores I.

Durante el desarrollo de las cuatro unidades involucradas en el estudio se han proporcionado los mismos listados de ejercicios con los indicadores de evaluación, tanto al grupo experimental como al control, con la salvedad de que al grupo experimental se le solicita resolverlos con ayuda de GeoGebra y el grupo control se limita a hacerlo con lápiz y papel.

Se realiza una comparación con el grupo control, y en respuesta al objetivo específico que se relaciona a estas dimensiones se ha hecho un análisis de las actividades en las Unidades I, II, IV y VI mediante los indicadores logrados por los estudiantes participantes de dichas actividades en ambos grupos, obteniéndose que no existe diferencia entre los promedios de ambos grupos considerando el p – valor igual a 0,07. Sin embargo, para un 90% de confianza se puede concluir que la estrategia de enseñanza utilizada pudo ser un factor determinante. Esto se evidencia en el aumento de los porcentajes logrados durante el desarrollo de las unidades en comparación al grupo control.

De igual manera, en los resultados de la encuesta proporcionada a los estudiantes del grupo experimental, específicamente en la Dimensión I: Uso del software GeoGebra, el mayor número de ellos está de acuerdo con que GeoGebra es una programa accesible que facilita la resolución y verificación de los problemas planteados y que constituye una herramienta que ayuda a la comprensión de los conceptos de las unidades involucradas en el estudio. Por su parte, en la Dimensión II: Compresión de conceptos y la Dimensión III: Resolución de problemas, los resultados obtenidos han llevado a la conclusión de que la mayoría de los estudiantes que han utilizado GeoGebra lograron comprender los conceptos necesarios para la resolución de problemas y han podido verificar las soluciones obtenidas en lápiz y papel.

Estos resultados obtenidos de la encuesta se complementan con los resultados obtenidos de los logros de los indicadores de evaluación de las actividades los cuales han sido elaborados para medir la comprensión de los conceptos y la aplicación de los mismos en la resolución de problemas, teniendo como resultados en la Dimensión II el 92% de indicadores logrados y en la Dimensión III el 86% a favor de los estudiantes han utilizado GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Así también, en las preguntas abiertas, se ha recabado información importante en cuanto a los materiales elaborados para la investigación donde el mayor porcentaje responde que le han sido útiles para poder complementar su aprendizaje con el programa GeoGebra.

Como es sabido, GeoGebra resulta perfecta para la creación de actividades dinámicas y la plataforma Moodle cuenta con dicho software como recurso pero con las dificultades que se han presentado durante la preparación del aula virtual, con relación a los requerimientos técnicos que debe poseer la PC (por ejemplo, la actualización del JAVA), y debido a la inversión de tiempo que tomaría la capacitación a los estudiantes para poner en condiciones sus PCs personales, se ha llevado a cabo el trabajo con otro tipo de recursos como las presentaciones en diapositivas de las soluciones de ciertos problemas de Geometría Analítica, también videos de la web, de igual manera, las actividades se centraron en la entrega de los archivos de GeoGebra en formato .ggb. Pese a que no fue posible utilizar en su totalidad las bondades que ofrece la plataforma Moodle para la aplicación del programa, en cuanto a la creación de actividades dinámicas, los resultados han sido positivos.

Así también, en las preguntas abiertas del cuestionario, la mayoría de los estudiantes encuestados han manifestado estar conformes con el empleo del programa en la resolución de problemas y que les ha resultado útil para la verificación de la solución de los problemas y que consideran que les resultará útil el programa para otras asignaturas.

Los niveles de motivación de los estudiantes

Para el análisis de esta dimensión, se ha llevado a cabo la recolección de datos por medio de la encuesta, con el objeto de medir los niveles de motivación de los estudiantes del grupo experimental, a través de su percepción, con preguntas elaboradas para recabar datos sobre el interés que demuestran por la asignatura, la autonomía y la retroalimentación para el enriquecimiento de su aprendizaje.

Con relación a los ítems elaborados con la finalidad de identificar el interés, se ha asignado un puntaje total de 20 puntos de los cuales aquellos estudiantes que han obtenido una puntuación superior de 14 puntos, se valora con una calificación Bueno. De acuerdo a esto, el 77% de los estudiantes obtuvieron puntajes mayores o iguales a 14 puntos, por lo que podría decirse que demuestran interés para el aprendizaje de la asignatura pues consideran agradable obtener conocimientos que les serán útiles en las asignaturas correlativas además de que el conocimiento adquirido sobre el manejo del programa les servirá en otras asignaturas de su carrera.

En cuanto a la autonomía, un total del 80% de los encuestados ha obtenido una calificación buena, es decir, la mayoría busca soluciones, por sí mismas, a las dificultades que se le presenta en cuanto a la comprensión de los conceptos o herramientas del programa.

La última dimensión del nivel de motivación corresponde a la Retroalimentación, el 63% de los encuestados han sido categorizados en la calificación buena, por lo que podría decirse que se practica la retroalimentación mediante el análisis crítico de los resultados y/o dificultades que se presentaron durante el desarrollo de las actividades.

De igual manera, durante la realización de las actividades, los estudiantes han aumentado su participación en la Unidad VI de Circunferencia donde, en base a la experiencia de años anteriores y en comparación al grupo control, resulta significativa, pues, por lo general, el mayor número de estudiantes no realiza las actividades propuestas y es justo aquí donde se ha notado un aumento considerable con relación al grupo control. Así también, la participación en los foros de Consultas de las unidades de estudio, ha sido mayor con relación al grupo control.

Como el análisis de los niveles de motivación se ha llevado a cabo mediante la percepción de los estudiantes que han utilizado GeoGebra y los resultados obtenidos han sido valorados como Bueno, podría afirmarse que responde a la segunda hipótesis: El uso de software GeoGebra aumenta la motivación de los estudiantes hacia el estudio de la Geometría Analítica y Análisis Vectorial, desde la perspectiva del estudiante.

Como dato adicional, el estudio se ha iniciado con una muestra de 33 estudiantes de los cuales, en promedio, 14 estudiantes han participado en un 100% de las actividades de evaluación en las cuatro unidades. Lo positivo que se pudo rescatar de esto es que, el 100% de los estudiantes que participaron en el estudio ha habilitado para el primer y segundo examen final, de los cuales el 28% se ha presentado y obtuvo una calificación de 4 como promedio.

Por último, se presentan algunas recomendaciones para futuras investigaciones relacionadas con este tema:

- * Analizar el uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las otras unidades de la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I en la modalidad semipresencial.
- * Realizar un estudio de las asignaturas correlativas para ver si los estudiantes que han utilizado GeoGebra tienen mejor desempeño.
- * Estudiar la posibilidad de emplear dicho software en el proceso de enseñanza y aprendizaje de otras asignaturas que requieran la representación geométrica, ya sean Estadística, Cálculo de una variable, Cálculo de varias variables, entre otras afines.

BILBIOGRAFIA

- [1] Coronado, C., Casadei, L., Barrios, I. (2014). "GeoGebra para el aprendizaje de la Matemática Inicial Universitaria." Conocimiento Libre y Educación. V Congreso en Línea – 2014. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Venezuela. Recuperado de:
http://www.academia.edu/10284125/GeoGebra_para_el_Aprendizaje_de_la_Matem%C3%A1tica_Inicial_Universitaria.
- [2] Cotic, N "GeoGebra como puente para aprender matemática." Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1179. Buenos Aires – Argentina, 12 al 14 de noviembre de 2014, pp. 1 al

9. Recuperado de: www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf

- [3] Gamboa, R. (2007). “Uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas. Cuadernos de Investigación y formación en Educación Matemática.” Año 2, núm. 3, pp. 11 al 44. Recuperado de: http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf.
- [4] Camargo, P. (2014). “Aplicação do software geogebra ao ensino da geometria analítica.” *Ciência e Natura*, Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 365–375 *Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM* ISSN impressa: 0100-8307 ISSN on-line: 2179-460X. Recuperado de: www.redalyc.org/pdf/4675/467547643030.pdf.
- [5] Iturbe, A. Ruiz, M. Pistonesi, M y Fanitini, S. (2013). “Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de Diseño.” *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, v.2 n.2. Recuperado de: <http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/16268/13497>
- [6] Hernández Sampieri, R. y otros. (2010). “Metodología de la Investigación”. México. Mc Graw Hill.
- [7] Raichman, S. y otros. (2011). “Estrategias para el desarrollo de innovaciones educativas basadas en la utilización de Tecnologías de Información y Comunicación”. *Estrategias para el uso de Tecnologías de Información y Comunicación en los procesos de aprendizaje. Sistematización de experiencias y buenas prácticas de docentes universitarios. Innova CESAL – México 2011* p. 19 al 34. Recuperado de: http://ciencias.ucr.ac.cr/sites/default/files/Estrategias%20para%20el%20uso%20de%20tecnologias%20de%20informacion%20y%20comunicacion%20en%20los%20procesos%20de%20aprendizaje_1.pdf.
- [8] Giménez, C. (2016). “GeoGebra: ¿un juguete para el profesorado o una herramienta para su alumnado?” *Monografía: Uso de GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, ISSN 1133-9853, N°. 71, 2016pp. 26-32. Enero 2016. Recuperado de: http://carlosgimenez.info/documents/article_UNO71.pdf.
- [9] Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009). “Documento de ayuda de GeoGebra, manual oficial versión 3.2”. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/help/docues.pdf>.